乱数を用いた発言権の与え方
～果たしてそれは公平なのか？～

宮地　皇河　　藤井　貴也　　藤井　愛巳　　岡内　佑太

1. 研究動機
化学の授業の際、関数電卓の機能を使って出された乱数と同じ出席番号の生徒を当てている。生徒 1 人が当たる確率は 1/40 で平等であるが生徒によって当たる回数に偏りがあるのではないかと感じた。

2. 研究目的
乱数と確率の関係について「大数の法則」を用いて解説することと、乱数を使って生徒を当てることに関して何回試行を繰り返せば公平になるのか概ねの回数を出し、具体的な方法を考えることを目的とした。

3. 先行研究
参考文献「確率と乱数」　杉田洋　大阪大学大学院理学研究科より

●確率と乱数の関係について
確率を計算する目的は賭け事からはじまったゲーム理論や降水確率などの不確かな現象の予測によるリスク管理などが挙げられる。これらはさまざまなランダムな現象に共通して見られる普遍的性質を調べている。
私たちはこれらを「乱数の性質を調べる方法が確率である」と解釈した。

●大数の法則
大数の法則とは実験の回数を増やしていくとサンプル平均が真の平均に近づいていくことである。その例としてコイン投げがある。

投げる回数	表が出る回数の幅	投げる回数に対する表が出る回数の幅の割合	確率
100	50±15	30%	99.8%
1000	500±50	10%	99.9%
10000	5000±150	3%	99.9%

表 1

この表は例えば投げる回数が 100 回のとき、表が 50±15 の範囲、すなわち 35 回から 65 回の範囲に入った回数が 99.8%であることを示している。投げる回数に対する表が出る回数の幅の割合とはこの場合、100 回の試行のうちの 30 回なので 30%となっている。

4. 擬似乱数と自然乱数について
擬似乱数とは、関数電卓や excel など機械によって計算で出された乱数のことで、自然乱数とはサイコロなど自然現象によって出される乱数のことである。私たちは次の方法で関数電卓と excel、またサイコロは同様なものと考えてよいか、つまり、擬似乱数と自然乱数は同様のものと考えてよいか検証した。

検証 1
① 関数電卓・excel・正二十面体のサイコロを用いて範囲 1～10 の乱数 1000 個を 10 回ずつ出す。
② 1～10 のそれぞれ出た回数を、100± α で表した範囲に入るかどうか調べる。

①結果

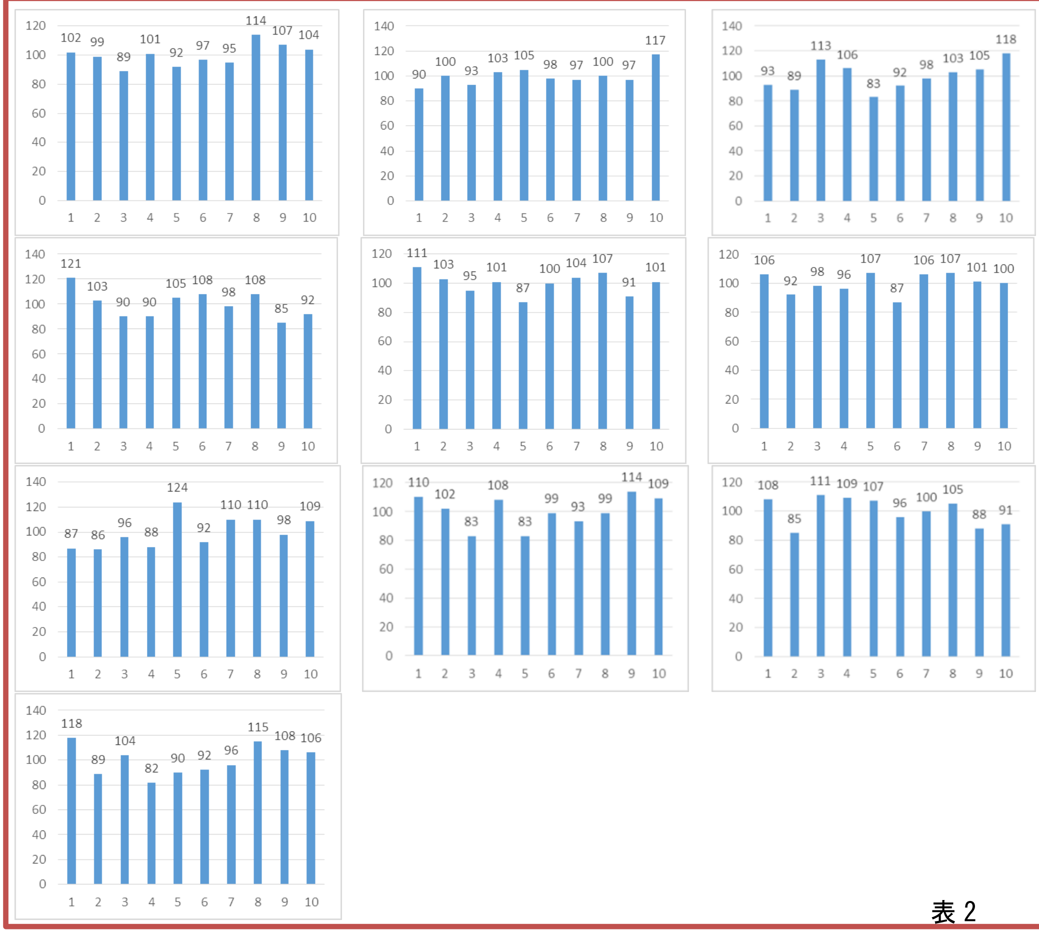

表 2

縦軸は出た回数、横軸は 1 から 10 のどの数字であるかを示している。 1 つのグラフの表につき出た回数の合計は 1000 となっている。これは関数電卓で出したものである。

②結果

関数電卓									
回数	**最大値**	**最小値**	100±30	100±25	100±20	100±15	100±10	100±5	100±0
1回目	114	89	0	0	0	0	2	4	10
2回目	118	83	0	0	0	2	4	7	10
3回目	121	85	0	0	1	1	2	7	10
4回目	111	87	0	0	0	0	2	4	9
5回目	107	87	0	0	0	0	1	6	9
6回目	124	86	0	0	1	1	4	8	10
7回目	117	90	0	0	0	1	1	3	8
8回目	114	83	0	0	0	2	3	7	10
9回目	111	85	0	0	0	0	3	7	9
10回目	118	82	0	0	0	2	4	8	10
			100/100	100/100	98/100	91/100	74/100	39/100	5/100

100±30	100
100±25	100
100±20	98
100±15	91
100±10	74
100±5	39
100±0	5

表 3

①で出した表から最大値と最小値を調べ、100± α に入るかどうか調べた。4 列目以降の数字は 100± α に当てはまらなかった個数を示している。緑の部分の数字は当てはまった個数を示している。例えば 100±30 だとその範囲に収まらなかった個数は 0 個、つまりその範囲に収まったのは 100 個中 100 個ということを表している。以下は excel とサイコロで同様の検証を行ったものである。

excel									
回数	最大値	最小値	100±30	100±25	100±20	100±15	100±10	100±5	100±0
1回目	114	87	0	0	0	0	4	8	10
2回目	122	81	0	0	1	2	4	4	10
3回目	111	80	0	0	0	1	2	7	10
4回目	117	76	0	0	1	2	5	8	10
5回目	114	85	0	0	0	0	2	6	10
6回目	116	82	0	0	0	2	4	8	10
7回目	118	90	0	0	0	1	1	5	9
8回目	116	89	0	0	0	1	2	4	9
9回目	107	86	0	0	0	0	1	7	10
10回目	117	82	0	0	0	2	4	6	9
			100/100	100/100	98/100	89/100	71/100	37/100	3/100

100±30	100
100±25	100
100±20	98
100±15	89
100±10	71
100±5	37
100±0	3

表 4　excel での結果

サイコロ									
回数	最大値	最小値	100±30	100±25	100±20	100±15	100±10	100±5	100±0
1回目	111	85	0	0	0	0	3	6	9
2回目	116	87	0	0	0	1	3	5	7
3回目	114	86	0	0	0	0	3	5	10
4回目	114	83	0	0	0	1	5	7	10
5回目	121	79	0	0	2	2	3	6	10
6回目	109	90	0	0	0	0	0	5	9
7回目	112	89	0	0	0	0	3	8	10
8回目	123	80	0	0	0	5	6	8	10
9回目	113	88	0	0	0	0	2	4	10
10回目	115	82	0	0	0	1	2	6	8
			100/100	100/100	98/100	90/100	70/100	40/100	7/100

100±30	100
100±25	100
100±20	98
100±15	90
100±10	70
100±5	40
100±0	7

表 5　サイコロでの結果

②結果の緑の部分をまとめるとこのようになる。

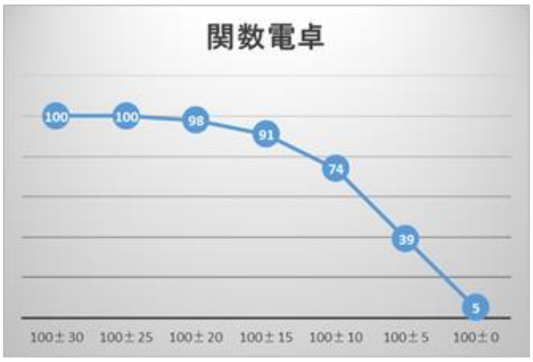

表 6

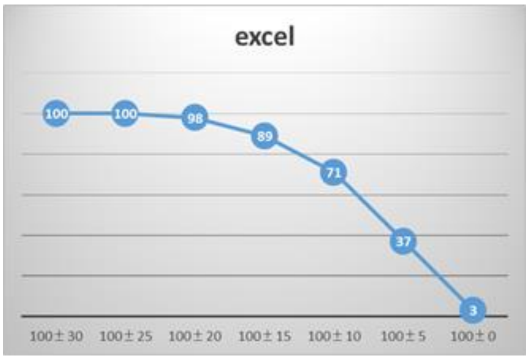

表 7

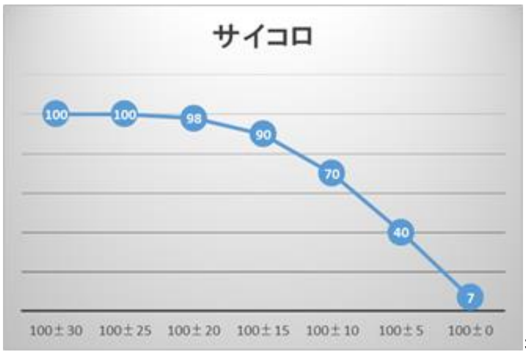

表 8

表より、関数電卓≒excel、excel≒サイコロ、サイコロ≒関数電卓と考えられるので擬似乱数と自然乱数は同様のものとみなしてよいとした。

5. 試行

次に検証 1 の結果を受けて、実際に生徒 40 人を当てることを仮定して excel の乱数を発生させる。

検証 2

① 範囲１～４０で乱数を千個、1 万個、10 万個、100 万個、1000 万個をそれぞれ 10 回ずつ出す。
② １０回ずつだしたデータの最大値、最小値から 1～40 のいずれも出る幅を調べる。
③ ②から、全体に対する回数の幅の割合を求める。

回数	いずれも当てはまる回数の幅	全体に対する回数の幅の割合
1000	25±15	3%
10000	250±50	1%
100000 増加	2500±200	0. 40% 減少
1000000	25000±600	0. 12%
10000000	250000±2000	0. 04%

表 9

「いずれも当てはまる回数の幅」とは例えば 1000 個の場合、1 から 40 すべての個数がそれぞれ 25±15 に入ったということである。そのほかの項目については表 1 と同様。

このとき、「全体に対する回数の幅の割合が 1%を切ったとき、偏りがほとんどなくなる」とした。

6. 偏りをなくすための具体的な方法

検証 3

① 表 9 より偏りがほとんどなくなるのは 10 万回以上当てた時である。
② 高校 3 年間の総授業日数から授業時間を求める。
③ ①÷②から、1 限あたりの当てる回数と 1 分あたりの当てる回数を求める。

	総授業時間	分換算
平成 27 年度	936	46800
平成 28 年度	945	47250
平成 29 年度	909	45450
合計	2790	139500

表 10 ②について

我が校の 1 時間当たりの授業時間は 50 分なので総授業時間×50 をして分換算をしている。

結果

回数 /総授業時間	2790(授業)	139500(分)
100000	約36回/1授業	約0. 7回/分
1000000	約358回/1授業	約7. 1回/分
10000000	約3584回/1授業	約71. 7回/分

表 11

7. 考察
授業中に関数電卓の乱数で生徒 40 人を当てるとき、10 万回以上当てると偏りがほとんどなくなる。また、授業 1 時間に約 36 回当てなければ偏りがなくならないことが分かった。

8. 結論
関数電卓の乱数機能を用いて公平に生徒を当てることは

1. 授業 1 時間につき 36 問も問題がない。
2. 毎時間、授業 1 時間につき 36 回も生徒を当てていると授業を進めるうえで支障が出る。

以上の理由から現実的には不可能である。しかし、関数電卓の乱数機能を用いるならば、計算上は重複を許し、毎時間最低 36 回発言権を与えれば公平になる。

検証した限りではこのような結論に至ったが、定義や検証方法に抜け目があり、精密さには欠けるところがある。

9. 参考文献
確率と乱数　杉田洋　大阪大学大学院理学研究科
http://mathsoc.jp/publication/tushin/1802/1802sugita.pdf