

ジャイアンでガラスは割れるのか？

Can Sound Break Glass?

沖野 健太郎 姉川 輝亮 藤井 将貴

OKINO Kentaro, ANEKAWA Teruaki, FUJII Masataka

I 概要

「ドラえもん」では、ジャイアンの歌声でガラスが割れる描写がある。私たちは、そのようなことが現実でも可能なのかどうかに興味を持ち、共振という現象を用いてガラスの振動の様子を調べることにした。

ガラスが持つ固有振動数は、ガラスの辺の長さや厚さによって決まると考え、それらを変数とした。そこから、周波数と振動の様子についてクラドニ図形を用いることでデータを取り、その規則性を調べた。

本研究より、正方形のガラス板の固有振動数は辺の長さの2乗に反比例し、厚さに比例することがわかった。



図1 クラドニ図形

II 研究目的

ガラスを実際に共振させ、ガラスの固有振動の規則性を見つける。
また、ガラスの振動の様子から、音でガラスを割るための最適条件を探す。

III 先行研究

明らかになっていること

- ・円板の固有振動数は厚さに比例し、半径の2乗に反比例する（「機械工学便覧」2007年 日本機械学会）
- ・ワイングラスは共振で割れる（「音でワイングラスを割る」宮田 佳則）など
- ・固有振動を表す「クラドニ図形」というものがある

明らかになっていないこと

- ・正方形板の固有振動の規則性

IV 研究内容

1-1. ワイングラスでの実験

先行研究の再現実験として、測定した固有振動数でワイングラスが共振することを確かめる。

また、ワイングラスの形状から固有振動の規則性を見つける。

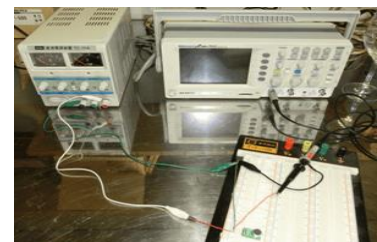


図2 オシロスコープなど

1-2. 主な準備物

○オシロスコープ（テクシオ・テクノロジー GDS-1152A）

直流電源装置（UCHIDA TC-25A）

高感度マイク（秋月電子通商 AE-MICAMP）（図2）

…ワイングラスの固有振動数の測定に使用。

○低周波発振器（テクシオ・テクノロジー FG-237A）

アンプ（marantz PM6100SA）

トランペットスピーカー（UNI-PEX P-500）（図3）

…周波数が一定の音波を発生。

それ以外の音波はパソコンを使用。

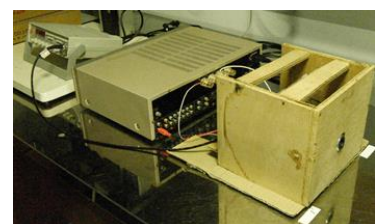


図3 低周波発振器など

○ワイングラス（ダイソー 赤ワイン用）（図4）

ストロー

…A-Qに割り当て、それぞれの固有振動数を測定。

ストローはガラスの振動確認用。

なお、写真のワイングラスは上段左から A-G

下段左から H-Q である。



図4 ワイングラス A-G, H-Q

1-3. ワイングラスの固有振動数の測定

ワイングラスを共振させるためには、その固有振動数と同じ周波数（共振周波数）の音波を当てる必要がある。

以下の手順によりワイングラスの固有振動数を測定する。

- ①水で濡らした指でワイングラスの縁をこする（図 5）と、
- ②ある一定周波数の音波が発生する。（グラスハープという）
これがそのワイングラスの固有振動数の一つである。
- ③その音波をオシロスコープで測定すると、波形とともにその周波数が表示される。



図 5 固有振動数の測定

今回は1つのワイングラスにつき3回ずつ測定し、その平均値をワイングラスの固有振動数とした。（図 6, 図 7）

グラスの種類	実験 1回目	実験 2回目	実験 3回目	平均
A	804	807	803	805
B	1088	1086	1088	1088
C	802	803	804	803
D	1459	1473	1479	1470
E	847	845	847	846
F				
G	1446	1445	1446	1446
H	802	801	806	803

図 6 測定結果 (A-H)

グラスの種類	実験 1回目	実験 2回目	実験 3回目	平均
I	813	811	813	812
J	855	851	855	854
K	814	816	817	816
L	808	808	809	808
M	811	811	810	811
N	1308	1360	1312	1327
O	1951	1969	1925	1948
P	1175	1178	1128	1160
Q	2485	1945	1944	2125

図 7 測定結果 (I-Q)

なお、ワイングラス F はうまく音が出なかった。

1-4. 実験方法

先行研究をもとにセッティングをして、実験を行った。

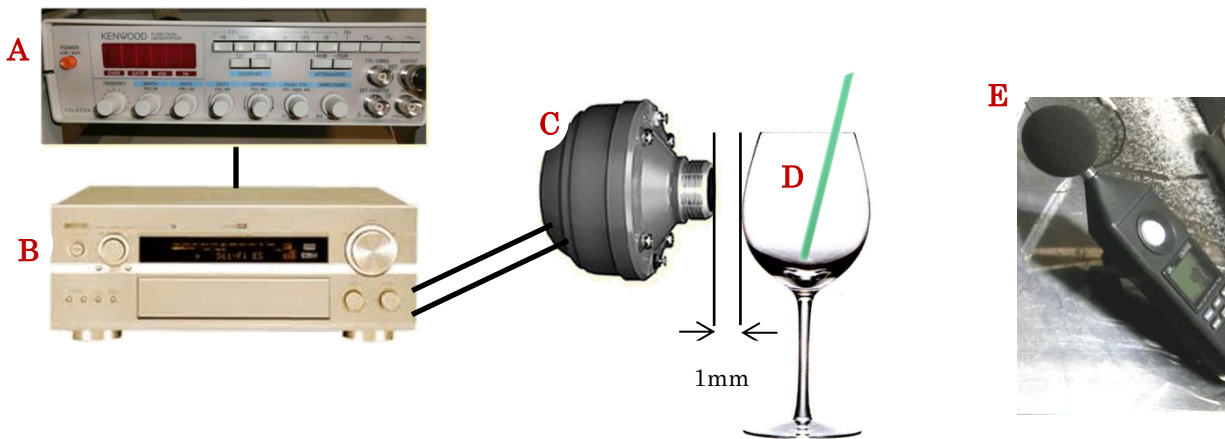


図 8 セッティング

なお、今回の実験に関して定める条件は以下のとおりである。

- 低周波発振器(A)で発生させる音波は正弦波（サイン波）（図 9）とした。
- トランペットスピーカー (C)とワイングラス(D)との距離は1mm に調整した。
- 音量は音量計(E)で測定し、音圧は約 110dB に統一した。
- 全ての実験を通して、同一の器具を使用し実験を行った。

実験手順

- ①低周波発振器(A)の周波数をワイングラスの固有振動数に合わせる。
- ②アンプ(B)で音量を徐々に上げる。
このときワイングラスが振動し始めるのをストローの動きで確認する。
- ③振動に耐えられなくなったとき、ワイングラスは割れる。

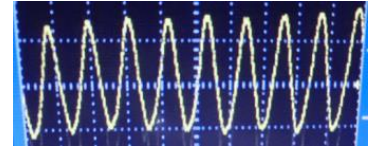


図9 正弦波

1-5. 予想

- ワイングラスは粉々に割れる。
- ワイングラスが小さく、薄いものほど割れやすい。

1-6. 結果

音量を徐々に上げていくと、ある一定の音量を超えた途端にワイングラスはきれいに数パーツに割れた。

最終的に割れたワイングラスは、ワイングラス A, B, C, E, H, I, J, K, L, M である。

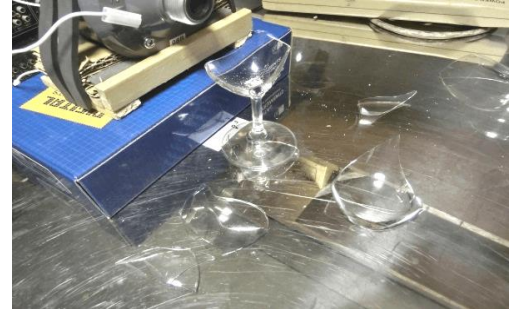


図10 割れたワイングラス A

1-7. 考察

予想に反し、ワイングラスは数パーツに割れた。これは、ワイングラスの腹と節の部分で振動に差があり、場所によって力のかかり方に差があったからだと思う。また、ワイングラスの形状が球に近いほど割れたパーツの数が少ない。

また、今回割れたワイングラスは全てワイングラス B 以下の固有振動数を持つものだった。割れたワイングラスは似た形状で球形に近く、割れなかったワイングラスはいびつな形のものが多かった。ワイングラスの形状により割れやすさに大きな影響があると考えられる。

なお、弦の共振と同じように倍音でも同様に振動が見られた。

2-1. ジャイアンの声での実験

研究の目的を果たすべく、まずはジャイアンの声でワイングラスを割ることにした。

今回使用した音源は、ジャイアンの持ち歌「ジャイアンにボエボエ」より抽出した。

2-2. 実験方法

主なセッティングはワイングラスの実験の低周波発振器をパソコンに変えただけであるが、手順が異なる。

また、新たにワイングラス R を準備した。これはワイングラス A とほぼ同じ形状で球形に近い。

実験手順

- ①実験に使うデータを音声編集アプリ「聞々ハヤえもん」で開き、再生速度を変えて流す。
その音をオシロスコープで測定し、周波数の大体の目安をつける。
(低周波発振器の場合と異なり合成波であるため、ぶれが生じる)
- ②音量を少し小さめ(約 90dB)にし、ワイングラスの振動の様子を見ながら調整する。
- ③振動が大きくなったところで音量を徐々に大きくしていく。
- ④振動に耐えられなくなったとき、ワイングラスは割れる。

使用音源

- 「ジャイアンにボエボエ」そのまま(図 11)
- 「ジャイアンにボエボエ」の一部を繰り返したもの(音声の繰り返し周期長め($T = 0.18\text{s}$))(図 12)
- 「ジャイアンにボエボエ」の一部を繰り返したもの(音声の繰り返し周期短め($T = 0.004\text{s}$))(図 13)

なお、ここでいう周期とは音声の繰り返し周期のことで、合成波の周波数とは関係ない。
繰り返し周期が短いほど音波が低周波発信器の音に近い。

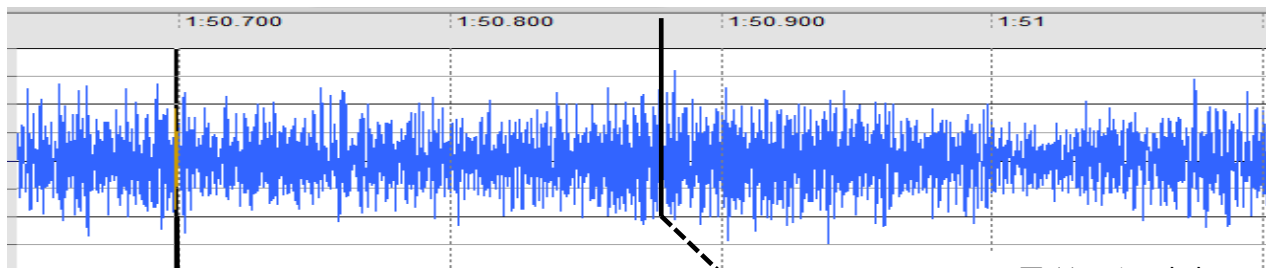


図 11 そのまま

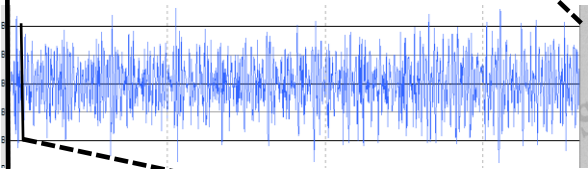


図 12 周期長め

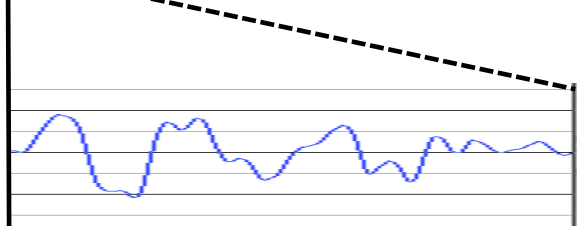


図 13 周期短め

2-3. 予想

- そのままと周期長めのものはうまく共振せずに割れない。
- 周期短めのは波形がきれいなのでうまく共振して割れる。

2-4. 結果

周期長め、周期短めのはワイングラスが共振して割れた。
そのままのものは予想通り割れなかった。

2-5. 考察

予想に反し、周期長めのもも割ることができた。

周期を一定に保つことができれば、低周波発振器のようにきれいな波形でなくても共振させてワイングラスを割ることができる。これは、合成波のなかでも特に振幅の大きいものがワイングラスを共振させることができるからだと考えた。

歌そのものはそもそも共振が起こらなかった。



図 14 割れたワイングラス

実験 1,2 とともに、機械によって一定音や繰り返し音を出すことで物体を共振させている。人間の声でも機械に近い一定音や繰り返し音を出すことで共振を起こすことができる。

ワイングラスを共振により割ることが確認できたが、個体差が大きいワイングラスを用いて規則性を見つけ出すのは難しいと考え、実験 3 を行うことにした。

3-1. ガラス板での実験

ワイングラスよりも個体差が少なく、厚さや大きさなどの変数を自由に設定できるガラス板を使用して実験を行うことにした。なお、今回使用したガラスは全て正方形のフロートガラス（コーワガラスショップ、新名ガラス）である。

この実験で調べることは、

- ガラス板の条件と固有振動数の規則性
- ガラス板が共振し、もっとも割れやすくするための条件 の2つである。

3-2. クラドニ図形について

共振させるためにはまずガラス板の固有振動数を求める必要があるが、ワイングラスのように共振したかどうかを視覚的に捉えるためのストローは使えない。

そこで、私たちはガラス板の共振を視覚化する方法として「クラドニ図形」を利用することにした。(図 15)

クラドニ図形とは、ドイツの物理学者エルンスト・クラドニによって発見された物体の固有振動の様子を可視化する方法のことである。振動する平面の上に砂状のものを撒くと、振動の大きい部分（腹の部分）の砂は弾かれて振動の小さい場所（節の部分）に集まり、模様が現れる。このとき平面は共振していると言える。一般に、周波数が大きいほど模様は複雑になる。

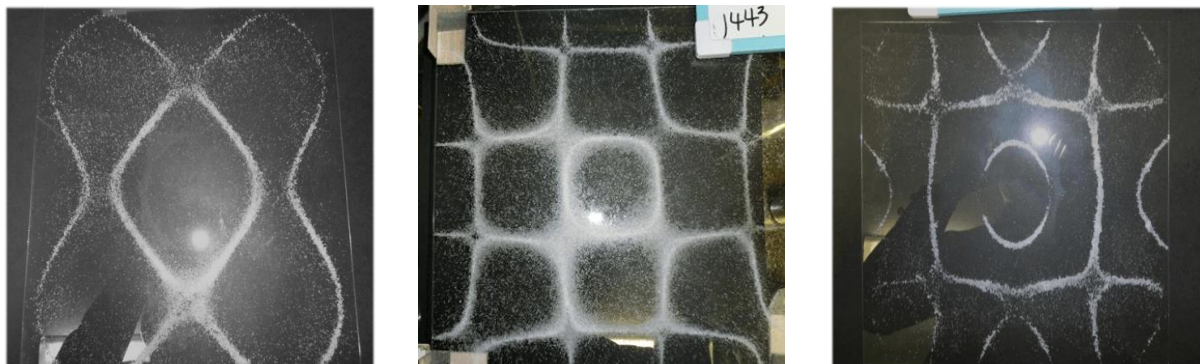


図 15 クラドニ図形

3-3. クラドニ図形の数式化・グラフ化

先ほどのクラドニ図形は、計算によって数式化することができる。板の平面を xy 平面に見立て、条件を設定し、フーリエの方法を用いて式を算出した。(z : 振幅)

$$z = \cos m\pi x \cos n\pi y$$

(m, n は 0 以上の整数)

※「クラドニ図形」(明治大学 岡田卓 / 平田裕輝)のものを使用して算出

上の式は重複度 1, つまり図形が格子状になるときの数式である。このとき、「 $m=n$ 」である。重複度が 2 や 3 の式も算出されたが、今回は扱いやすい重複度 1 のものについて考えた。また、このとき「 $\lambda = (m^2+n^2) \pi^2$ 」を満たす λ を固有値という。

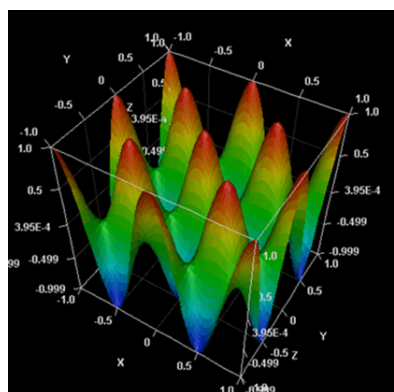


図 16 斜めから

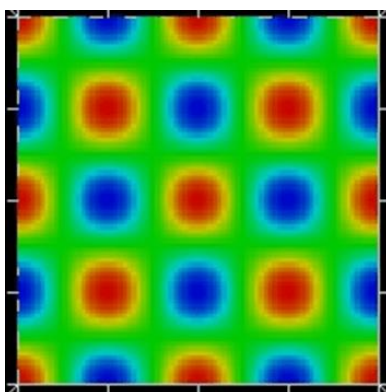


図 17 真上から



図 18 実際の図形

この数式を「リニアグラフ 3D」を用いて CG でグラフ化した。

図 16,17 は上記の式の「 $m=n=2$ 」におけるグラフである。($\lambda=8\pi^2$)

これは各点における振動の激しさを表しており、赤色や青色に近いほど振動が激しく（共振の腹）、緑色に近いほど振動が弱くなっている（共振の節）。

このグラフを真上から見ると図 17 のようになっており、実際にできたクラドニ図形（図 18）とほぼ一致していることがわかる。やや丸みを帯びているのは、ガラスの厚さによる影響だと考えられる。

3-4. 固有振動数の測定

クラドニ図形を観察するため、以下のようなセッティングをして実験を行った。

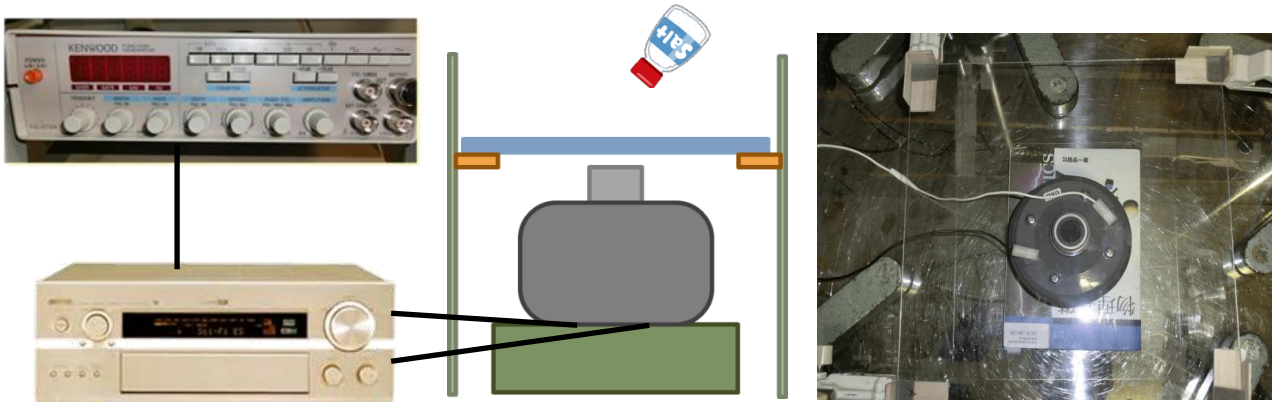


図 19 セッティング

図 20 上から見た写真

実験手順

- ①あらかじめ板ガラスの上に塩を撒いておく。
- ②周波数を徐々に変えていき、模様ができただけの周波数と図形を記録する。(1枚のガラス板につき5回)

変える条件

- ・正方形ガラス板の辺の長さ 150[mm], 300[mm], 450[mm], 600[mm]
- ・正方形ガラス板の厚さ (市販の規格) 1[mm], 2[mm], 3[mm], 4[mm]
(実測値) 1.05[mm], 1.85[mm], 2.86[mm], 3.88[mm]
※ただし、後述の表、グラフでは、市販の規格の値で表記する。
- ・発生させる周波数 125 – 7000[Hz]

変えない条件

- ・ガラス板と音源との距離 1 [mm]
- ・音量 115 [dB]
- ・ガラス板の支え方 スポンジで四隅を支える (※)

※ガラス板を支える素材 (スポンジ, ダンボール, 木材) と、支える位置 (辺の中央, 四隅, 周囲) を変えて実験を行った結果、スポンジで四隅を支えたものが最も鮮明に模様が表れた。

どの条件でもできる模様と周波数は変化しなかったため、支え方は固有振動数に影響しないと考えられる。

3-5. 予想

弦の固有振動数は固有振動の様子が同じとき長さに反比例するため、私たちは、ガラス板の振動は弦と同じ振る舞いをする予想し、ガラス板の辺の長さが2倍になると、固有振動数は1/2倍になると考えた。

また、ガラスも弦の場合と同じように、倍音振動するのではないかと予想した。

しかし、弦は固定端反射の定常波で振動するが、今回ガラス板は自由端反射の定常波で振動させるため、違う振る舞いかもしれない。

3-6. 結果

CG グラフ												
実際の図												
固有値 一辺の 長さ * 厚さ	π^2	$2\pi^2$	$4\pi^2$	$5\pi^2$	$8\pi^2$	$9\pi^2$	$10\pi^2$	$13\pi^2$	$16\pi^2$	$17\pi^2$	$18\pi^2$	$20\pi^2$
150[mm]* 1[mm]	282[Hz]	756	1390	1930	3240	3400	3930	5320	6370			
150 * 2	483	1318	2450	3390	5690	6000						
150 * 3	758	2065	3860									
150 * 4	1022	2780										
300 * 1			347	483	835	853	977	1311	1555	1700	1873	2046
300 * 2		336	620	861	1447	1518	1751	2380	2790	3010	3360	3680
300 * 3		532	984	1366	2284	2400	2780	3750				
300 * 4			1330	1844			3730					
450 * 2					635	667	770	1046	1238	1337	1474	1619
450 * 3			460		1014	1065	1233	1681				

この結果から、ガラスの大きさが大きいほど、現れる固有値は大きくなり、厚さが大きいほど模様が出にくくなることが分かる。

また、固有振動数の 1/整数倍の周波数でもガラス板が弱く共振することがあったが、これはスピーカーから倍音振動数の音波がわずかに発生してしまっているためと考えられる。

また、どの条件下においてもガラス板は割れなかった。

○固有振動数は固有値に比例する

凡例はガラス板の辺の長さ λ と厚さを表している。

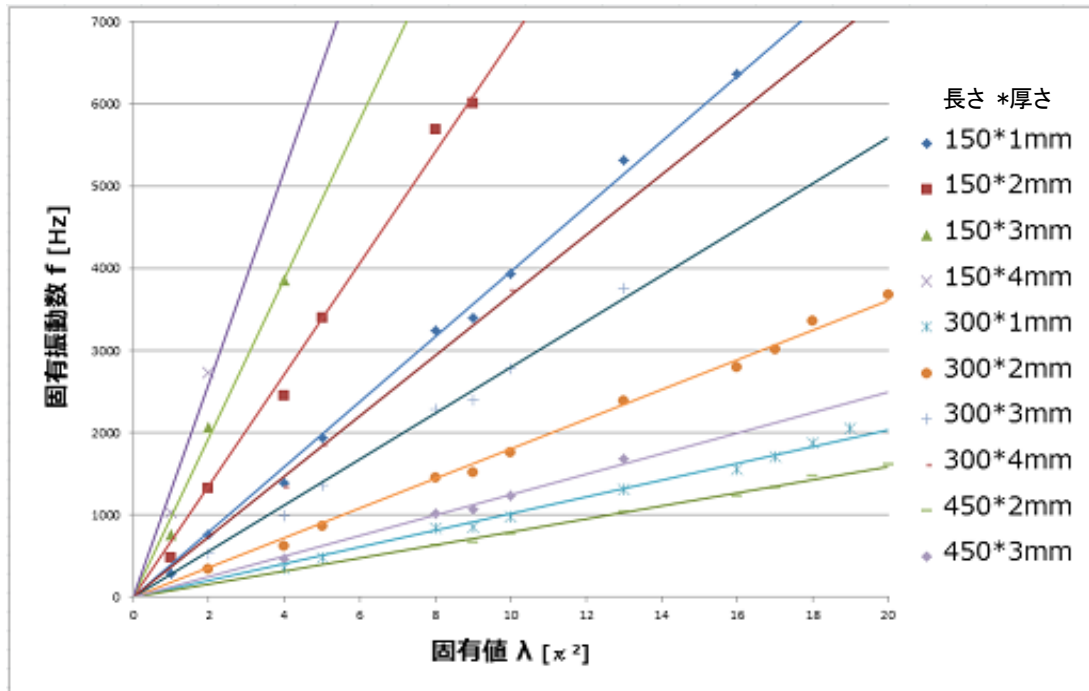


図 21 固有値と固有振動数

○固有振動数は厚さに比例する

凡例はガラス板の辺の長さ λ と固有値 λ^2 を表している。

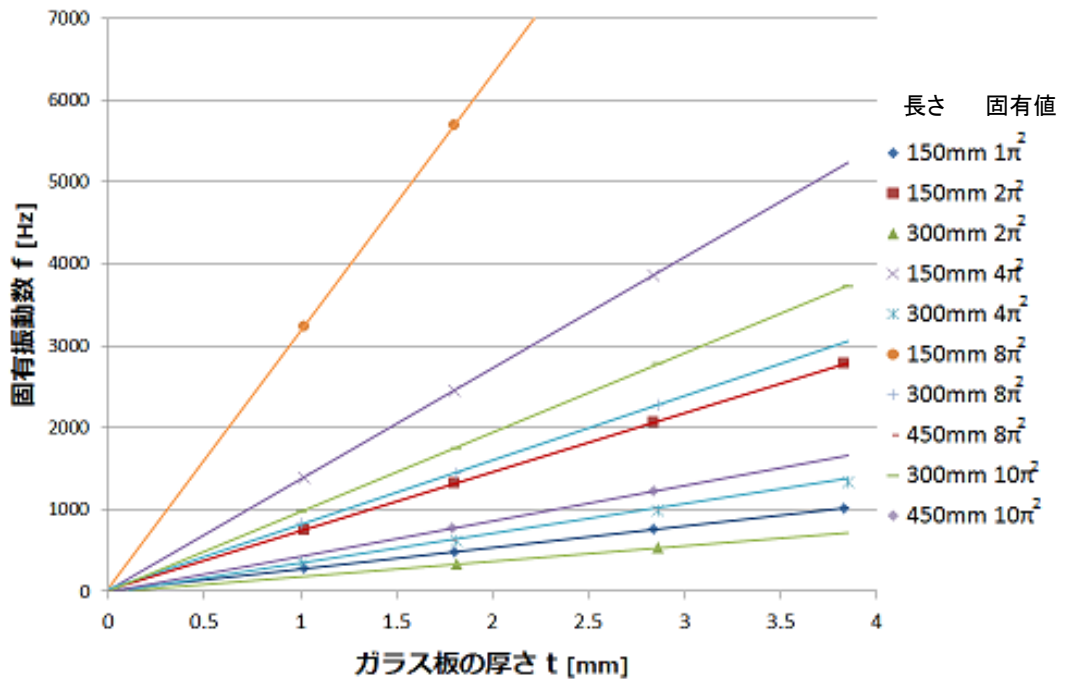


図 22 厚さと固有振動数

○固有振動数は辺の長さの二乗に反比例する

凡例はガラス板の厚さと固有値を表している。

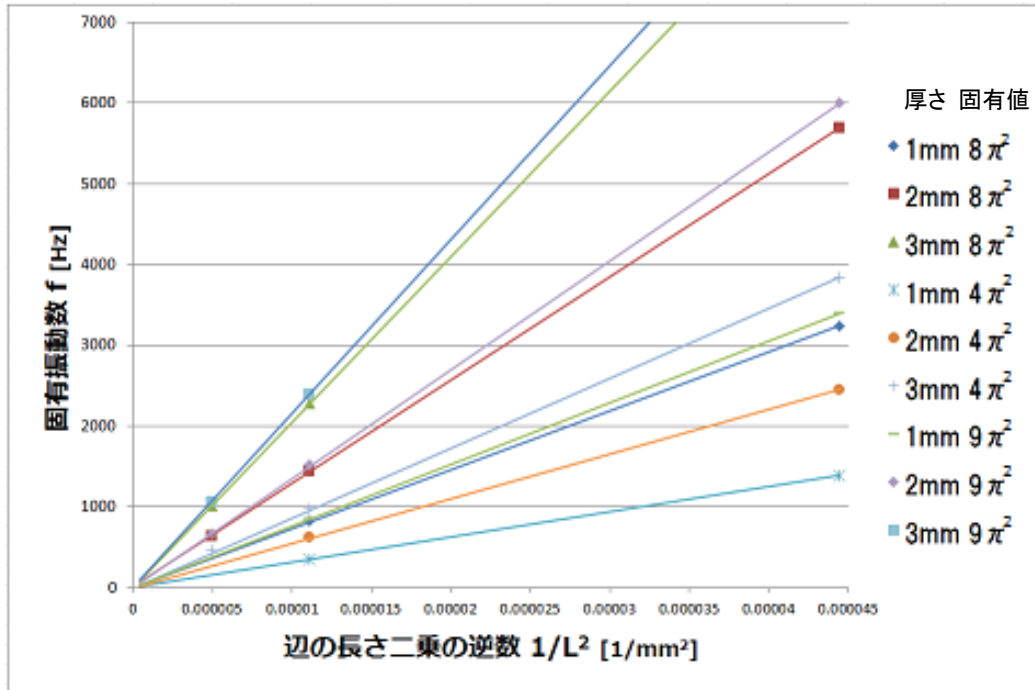


図 23 辺の長さ と 固有振動数

以上の結果から、正方形のガラス板の固有振動数は次の式で与えられる。

$$f = k\lambda \frac{t}{L^2}$$

(k:比例定数) ガラス板の厚さ t [mm]
 ガラス板の辺の長さ L [mm]
 固有値 λ

V 考察

参考文献より円の固有振動数は次の式で与えられる。

$$f = \frac{t}{4\pi r^2} \sqrt{\frac{\mu E}{\rho}}$$

板の厚さ t [mm] 板の半径 r [mm] 定数 μ
 ヤング率 E [N/m²] 密度 ρ [kg/m³]

(円の半径)=(正方形の辺の長さ)と置き換えると、円の固有振動数の公式は正方形の場合にもあてはまる。

また、ガラス板の各質点は単振動していると考えられるため、単振動のエネルギーは次の式で与えられる。

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

質量 m [kg] 周波数 f [Hz] 振幅 A [m]

- ①加わるエネルギーが一定と仮定すると、
 質量 m [kg] (厚さ) が小さいと振幅 A が大きくなる。
 よって、厚さが小さいと振動は大きくなる。
- ②周波数が大きいほどガラスが持つエネルギーは大きくなる。
 よって、周波数が大きいほど振動は激しくなる。

- ③音圧を上げるとガラス板に加わる圧力が大きくなるので振幅 A が大きくなる。
また、音圧はスピーカーとガラス板の距離の 2 乗に反比例する。
よって、スピーカーとガラス板の距離が近く、音圧が大きいほど、振動は大きくなる。

ガラス板は仮説の段階で立てた、弦の振動とは異なる振る舞いをすると考えられる。

ガラス板の中にはワイングラスと同じ厚さのものがあっても関わらずそのガラス板は割れなかった。
このことから、ワイングラスとガラス板の割れやすさの違いは厚さではなく、構造によるものと思われる。
ワイングラスは球に近い構造をしているため、与えたエネルギーが逃げにくくワイングラスの中に溜まるため割れやすい。逆に、ガラス板はエネルギーがどこからでも逃げ出せるため割れにくいと考えた。

VI 結論

事実上ジャイアンでガラス板を割ることは不可能。

- ジャイアンで声帯では、共振を起こしてもガラスが割れるほどのエネルギーは生み出せない。
ギネス記録による人間が出せる最大の音量 (128.8dB) に近い音量で実験を行ったが割れなかったため、人間の声ではガラス板は割れないと言える。

理論上スピーカーの音でガラス板を割ることは可能。

- スピーカーを使えば、非常に大きなエネルギーを生み出すことができる。
そのため、ガラス板から逃げる以上のエネルギーを送り続けられれば、ガラス板を割ることが出来る。
また、振動が激しくなる条件を多く満たせば、より割れやすくなると考えられる。

VII 謝辞

今回研究を行うにあたり、終始ご指導いただいた佐藤哲也先生、多くのアドバイスをいただいた伊賀先生、吉田先生、本田先生、岡田先生、他にも多くの先生方に、厚く御礼申し上げます。

VIII 参考文献

- 1) 和田純夫. 振動・波動のききどころ. 岩波書店. 1995.
- 2) 岡田卓, 平野裕輝. “クラドニ図形”. 明治大学理工学部数学科. 2009.
- 3) 平野裕輝. “正方形領域における重調和作用素の固有値問題-差分法によるクラドニ図形の解析-”. 明治大学大学院理工学研究科基礎理工学専攻. 2012.
- 4) 桂田祐史, 平野裕輝. “正方形領域における重調和作用素の固有値問題に対する差分方程式”. 日本数学会秋季総合分科会. 2012.
- 5) 小釜燈台. “クラドニ図形の数値解析”. 明治大学大学院理工学研究科基礎理工学専攻. 2013.
- 6) 桂田祐史. “音が作る模様 クラドニ図形 ～微分方程式で迫る～”. 明治大学現象理数学科. 2015.
- 7) 柳田理科雄. 空想科学読本 6. メディアファクトリー. 2008.
- 8) 谷口駿一. “クラドニ図形による固有振動モードの解析”. 慶應義塾大学理工学部機械工学創造演習. <http://www.mech.keio.ac.jp/ja/souzou/proceedings2015/pdf/11-1.pdf>

使用ソフトウェア

- 1) 「聞々ハヤえもん」...音楽再生ソフト。音の再生速度を変更するのに使用。
- 2) 「振動と音階「発音（はつね）」」...周波発生ソフト。低周波発振器と同じ働きをする。
- 3) 「リニアプロセッサ」「リニアグラフ 3D」
...3D グラフ作成ソフト。クラドニ図形のグラフ化で使用。