

## 実験計画法

### Experimental design

幸田 瑤平 菊田 冬真

KODA Yohei , KIKUTA Toma

#### I はじめに

最初はラテン方阵について研究しようと思っていたが、それについて調べていると、「実験計画法」という実験回数を減らすことができ、効率よく実験ができる技術があると知り、もっと詳しく知りたいと思い研究を始めた。

実験計画法とはサー・ロナルド・エイルマー・フィッシャー（Sir Ronald Aylmer Fisher）というイギリス出身で統計学者、遺伝学者である人が開発した。今までの一般的な実験は調べたい変数以外は固定して、変数をひとつずつ取り上げて調べていく方法だったが、実験計画法は調べたい変数を全て同時に取り上げて調べる。それにより、他の変数の条件が変わっても一貫した効果をもつ結果を推定することができる。また、この技術を用いると実験回数を減らしたり変数の結果への寄与率<sup>(注1)</sup>を求めたりできる。私たちの研究目的は実験計画法を使って実験回数を減らしたときと実際に全通り行ったときとで、同じような結果が得られるかどうか確かめることである。そのために同じ実験内容で実験計画法と全通りの実験をした。

#### II 実験内容

～材料の配合量によるシャボン膜の強度の変化～

材料：水、洗濯のり、洗剤、グラニュー糖

使用器具：ガラス棒、駒込ピペット（2mL、5mL）、シャーレ、スタンド、電子天秤、ストップウォッチ、針金、ビーカー、葉さじ

水 40mL に対して洗濯のり、洗剤、グラニュー糖の配合量を変えシャボン液を作る。

まず、水をビーカーで量ってシャーレに入れ、その後洗濯のり、洗剤、グラニュー糖をシャーレに加えガラス棒でよくかき混ぜる。その液をスタンドで固定した針金で作った輪に浸し、できた膜を垂直にして割れるまでの時間を測定する。時間の測定にはストップウォッチを使用し、膜ができた瞬間から割れる瞬間までの時間を測定した。



写真1 材料



写真2 実験の様子

#### III 実験計画法での結果

##### 1. 配合量の割り付け

まず、シャボン液の配合量の組み合わせを下の表1の通りにした。

|      | 洗濯のり(mL) | 洗剤(mL) | グラニュー糖(g) |
|------|----------|--------|-----------|
| ケース1 | 4        | 2      | 0.50      |
| ケース2 | 4        | 4      | 1.00      |
| ケース3 | 4        | 6      | 1.50      |
| ケース4 | 8        | 2      | 1.00      |
| ケース5 | 8        | 4      | 1.50      |
| ケース6 | 8        | 6      | 0.50      |
| ケース7 | 12       | 2      | 1.50      |
| ケース8 | 12       | 4      | 0.50      |
| ケース9 | 12       | 6      | 1.00      |

表 1

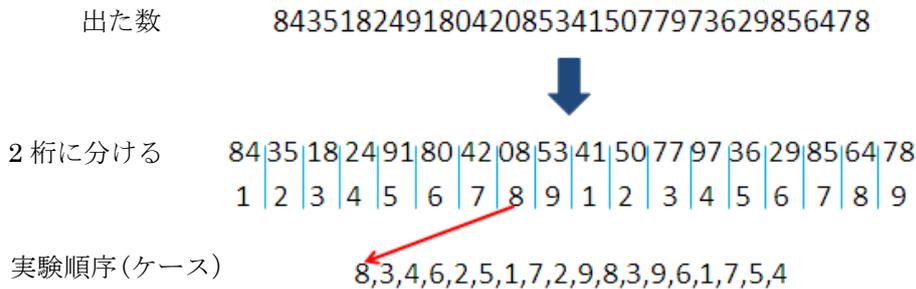
| 型番   | 列番   | 1  | 2      | 3 | 4 | データ(s)        |
|------|------|----|--------|---|---|---------------|
| ケース1 | 1    | 1  | 1      | 1 | 1 | 22.35 / 26.45 |
| ケース2 | 1    | 2  | 2      | 2 | 2 | 28.07 / 33.45 |
| ケース3 | 1    | 3  | 3      | 3 | 3 | 48.03 / 36.03 |
| ケース4 | 2    | 1  | 2      | 3 | 3 | 58.89 / 52.71 |
| ケース5 | 2    | 2  | 3      | 1 | 1 | 35.16 / 40.39 |
| ケース6 | 2    | 3  | 1      | 2 | 2 | 26.41 / 27.52 |
| ケース7 | 3    | 1  | 3      | 2 | 2 | 72.82 / 78.92 |
| ケース8 | 3    | 2  | 1      | 3 | 3 | 38.44 / 37.68 |
| ケース9 | 3    | 3  | 2      | 1 | 1 | 31.52 / 37.98 |
| 因子   | 洗濯のり | 洗剤 | グラニュー糖 |   |   |               |

表 2

表1の実験ケースの値の組み合わせは表2の直交表をもとにして決めている。表2の直交表の1,2,3に対応させて表1の材料の水準(注2)を割り付けていることが分かる。これはそれぞれのケースに各因子の水準が均等に現れるようにするためである。表2の右側のデータは今回の実験の結果で各ケースを2回ずつ行った。

## 2. 実験順序

次に、各ケースの実験する順番を決める。これには20面体の乱数賽を使用した。乱数賽を実験回数の2倍である36回振り、出た数を2桁に分けて左から順に実験ケースと対応させ、出た数が小さい順に実験する順番とする。



このように実験を行う順番を確率化した理由は、実験者の腕の上達や、周りの環境の変化などで生じる実験では避けられないような誤差を、乱数の仕業にすることで、すべて偶然的な誤差として扱っていくためである。

## 3. 実験結果の分散分析

そして、実験結果を元に分散分析をする。分散分析した結果が表3である。

| 要因     | SS(全変動)   | f(自由度) | V(分散)   | F(分散の比) | 判定    | 備考  |
|--------|-----------|--------|---------|---------|-------|---|
| M(平均)  | 29834.730 | 1      | -----   | -----   | ---   | F <sup>2</sup> <sub>11</sub> {3.98<br>7.20} |
| 洗濯のり   | 886.289   | 2      | 443.144 | 6.0523  | *     |   |
| 洗剤     | 1154.176  | 2      | 577.089 | 7.8816  | **    |   |
| グラニュー糖 | 1463.704  | 2      | 731.852 | 9.9953  | **    |   |
| e(誤差)  | 805.409   | 11     | 73.219  | -----   | ----- |   |
| 計      | 34144.312 | 18     | -----   | -----   | ----- | -----                                       |

表 3

それぞれの計算式は以下の通りである。(小数第3位までの表示にしている。)

実験全体の全変動は全ての実験データの2乗和を実験回数である18で割って求める。

表3でいう全変動の合計のことを指す。

$$\text{(全変動 SS)} = \frac{22.35^2 + 26.45^2 + \dots + 31.52^2 + 37.98^2}{18} = 34144.312$$

平均の全変動、平均変動は全ての実験データの和の2乗を18で割って求める。

$$\text{(平均変動)} = \frac{(22.35 + 26.45 + \dots + 31.52 + 37.98)^2}{18} = 29834.730$$

各因子の全変動は各水準のデータの和の2乗を足し、1つの水準に含まれるデータ数6で割り、平均変動を引いて求める。

$$\text{(洗濯のりの全変動)} = \frac{194.38^2 + 241.08^2 + 297.36^2}{6} - 29834.730 = 866.289$$

$$\text{(洗剤の全変動)} = \frac{312.14^2 + 213.19^2 + 207.49^2}{6} - 29834.730 = 1154.176$$

$$\text{(グラニュー糖の全変動)} = \frac{178.85^2 + 242.62^2 + 311.35^2}{6} - 29834.730 = 1463.704$$

誤差の全変動は実験全体の全変動からそれぞれの変動を引いて求める。

$$\text{(誤差の全変動)} = 34144.312 - 29834.730 - 866.289 - 1154.176 - 1463.704 = 805.409$$

V、それぞれの分散については各要因の全変動をその要因の自由度<sup>(注3)</sup>で割って求める。

$$\text{(洗濯のりの分散)} = \frac{866.289}{2} = 443.144$$

$$\text{(洗剤の分散)} = \frac{1154.176}{2} = 577.089$$

$$\text{(グラニュー糖の分散)} = \frac{1463.704}{2} = 731.852$$

$$\text{(誤差の分散)} = \frac{805.409}{11} = 73.219$$

F、分散の比はそれぞれの因子の分散を誤差の分散で割って求める。

$$\text{(洗濯のりの分散比)} = \frac{443.144}{73.219} = 6.052$$

$$\text{(洗剤の分散比)} = \frac{577.089}{73.219} = 7.882$$

$$\text{(グラニュー糖の分散比)} = \frac{731.852}{73.219} = 9.995$$

各因子の分散比から F 分布表を使い因子の判定をすると、洗濯のりが 95%、洗剤とグラニュー糖が 99%で有意とでた。

F 分布表

| 分母の分散の自由度 | 分子の分散の自由度      |                |                |                |                |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|           | 1              | 2              | 3              | 4              | 5              |
| 1         | 161<br>4052    | 200<br>4999    | 126<br>5403    | 225<br>5625    | 230<br>5764    |
| 2         | 18.51<br>98.49 | 19.00<br>99.01 | 19.16<br>99.17 | 19.25<br>99.25 | 19.30<br>99.30 |
| 3         | 10.13<br>34.12 | 9.55<br>30.81  | 9.28<br>29.46  | 9.12<br>28.71  | 9.12<br>28.71  |
| 4         | 7.71<br>21.20  | 6.94<br>18.00  | 6.59<br>16.69  | 6.39<br>15.98  | 6.39<br>15.98  |
| 5         | 6.61<br>16.26  | 5.79<br>13.27  | 5.41<br>12.06  | 5.19<br>11.39  | 5.05<br>10.97  |

#### 4. 有意な因子の区間推定

有意と判定された因子の水準ごとの区間推定をする。水準ごとのデータの平均値を求め、信頼幅を足し区間推定した結果が表 4,5,6 である。

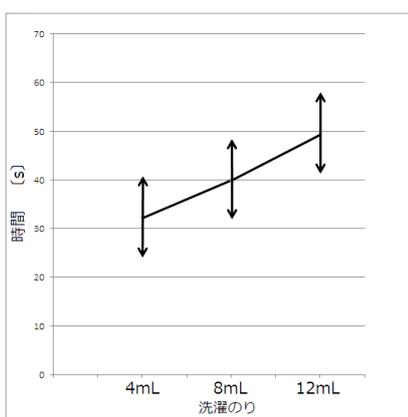


表 4

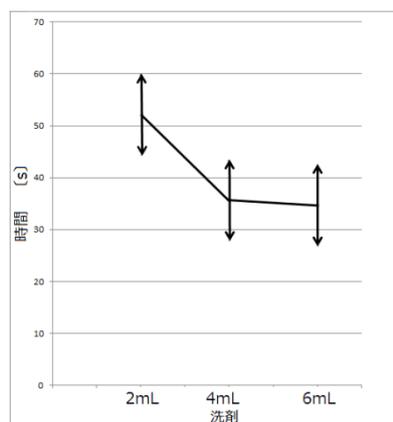


表 5

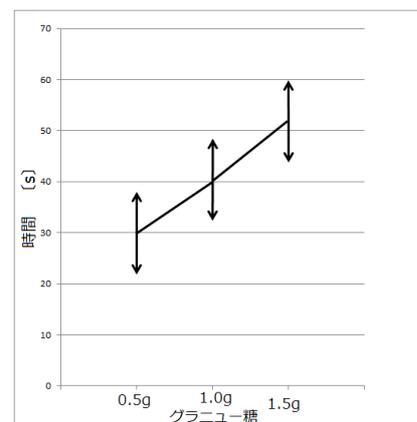


表 6

これらのグラフは因子ごとに各水準とその時の割れるまでの時間との関係を表したグラフであり、矢印の範囲は誤差の範囲を表している。最適条件は洗濯のりが 12mL、洗剤が 2mL、グラニュー糖は 1.5g と分かった。そして、最適条件での区間推定をする。各因子の水準ごとの範囲を求める式と最適条件の区間推定の式は以下の通りである。

##### (i) 各因子の水準ごとの範囲

最適な水準でのデータの平均値を求め、信頼幅を付け足す。信頼幅は t 分布表を使い、3 つの因子に共通である 95%で考える。

$$\text{信頼幅} = \pm t_{11}(0.05) \sqrt{\frac{v_e}{6}} = \pm 2.201 \times \sqrt{\frac{73.219}{6}} = \pm 7.688$$

t 分布表

| 自由度<br>φ a | 5%     | 1%     |
|------------|--------|--------|
| 1          | 12.706 | 63.657 |
| 2          | 4.303  | 9.925  |
|            |        |        |
|            |        |        |
| 10         | 2.228  | 3.169  |
| 11         | 2.201  | 3.106  |
|            |        |        |
|            |        |        |

|               |                              |
|---------------|------------------------------|
| (洗濯のり 4mL)    | = 32.397±7.688=24.708~40.086 |
| (洗濯のり 8mL)    | = 40.180±7.688=32.491~47.869 |
| (洗濯のり 12mL)   | = 49.56±7.688=41.871~57.249  |
| (洗剤 2mL)      | = 52.023±7.688=44.334~59.712 |
| (洗剤 4mL)      | = 35.532±7.688=27.843~43.221 |
| (洗剤 6mL)      | = 34.582±7.688=26.893~42.271 |
| (グラニュー糖 0.5g) | = 29.808±7.688=22.191~37.569 |
| (グラニュー糖 1.0g) | = 40.437±7.688=32.748~48.126 |
| (グラニュー糖 1.5g) | = 51.892±7.688=44.203~59.581 |

## (ii) 最適条件の区間推定

全データの平均に有意と判定された因子の効果を足し、その因子の数掛ける平均だけ引いて、信頼幅を付け足す。

$$(\text{信頼幅}) = \pm t_{11} (0.05) \sqrt{\frac{v_e}{18/7}} = \pm 2.201 \times \sqrt{\frac{73.219}{18/7}} = \pm 62.6714$$

$$(\text{平均}) + (\text{のり}_{12\text{mL}}) + (\text{洗剤}_{2\text{mL}}) + (\text{糖}_{1.5\text{g}})$$

$$= 40.712 + 49.560 + 52.023 + 51.891 - 3 \times 40.712$$

$$= 194.186 - 3 \times 40.712 = 72.050$$

$$(\text{最適条件の区間推定}) = 72.050 \pm 62.6714 = 9.3786 \sim 134.7214$$

## 5. 因子の寄与率

ここで、それぞれの因子が結果にどれだけ影響しているのか寄与率を求めた。寄与率も含めた分散分析表が表 7 である。

| 要因     | S        | f  | V       | F        | S'       | 寄与率<br>[%] |
|--------|----------|----|---------|----------|----------|------------|
| のり     | 886.289  | 2  | 443.144 | 6.0523*  | 739.851  | 17.2       |
| 洗剤     | 1154.176 | 2  | 577.089 | 7.8816** | 1007.738 | 23.4       |
| グラニュー糖 | 1463.704 | 2  | 731.852 | 9.9953** | 1317.266 | 30.6       |
| e      | 805.409  | 11 | 73.219  | -----    | 1244.727 | 28.8       |
| 計      | 4309.582 | 17 | -----   | -----    | 4309.582 | 100.0      |

表 7

寄与率の求め方は以下の通りである。

全変動から平均変動を引いて、寄与率のための新たな全変動を求める。そして、要因ごとの純変動<sup>(注4)</sup>を求め、全変動に対する割合を求める。

$$\begin{aligned}(\text{全変動 (SS)}) &= 34144.312-29834.730=4309.582 \\(\text{洗濯のりの純変動}) &= 886.289 - 2 \cdot 73.219 = 739.851 \\(\text{洗剤の純変動}) &= 1154.176 - 2 \cdot 73.219 = 1007.738 \\(\text{グラニュー糖の純変動}) &= 1463.704 - 2 \cdot 73.219 = 1327.266 \\(\text{誤差の純変動}) &= 4309.582-739.851-1007.738-1327.266=1244.727\end{aligned}$$

$$(\text{洗濯のりの寄与率}) = \frac{739.851}{4309.582} = 17.2$$

$$(\text{洗剤の寄与率}) = \frac{1007.738}{4309.582} = 23.4$$

$$(\text{グラニュー糖の寄与率}) = \frac{1327.266}{4309.582} = 30.6$$

$$(\text{誤差の寄与率}) = \frac{1244.727}{4309.582} = 28.8$$

#### IV 全通りの結果

以下の表 8 は同様の実験方法で行った全通りの結果であり、各ケースを 3 回ずつ行いその平均値を求めたものである。

| 洗濯のり(mL) | 洗剤(mL) | 実験結果(s)   |       |       |
|----------|--------|-----------|-------|-------|
|          |        | グラニュー糖(g) |       |       |
|          |        | 0.5       | 1.0   | 1.5   |
| 4        | 2      | 19.49     | 22.82 | 28.26 |
|          | 4      | 18.21     | 18.50 | 26.40 |
|          | 6      | 18.63     | 19.80 | 25.33 |
| 8        | 2      | 25.81     | 26.02 | 75.47 |
|          | 4      | 25.20     | 24.87 | 59.34 |
|          | 6      | 23.18     | 30.68 | 41.84 |
| 12       | 2      | 28.26     | 48.40 | 51.71 |
|          | 4      | 29.82     | 40.54 | 52.08 |
|          | 6      | 26.04     | 35.31 | 32.86 |

表 8

全通りの結果では、洗濯のりが 8mL、洗剤が 2mL、グラニュー糖が 1.5g のときが最適条件となった。

#### V 考察

実験計画法と全通りとの結果にずれが生じたのは、誤差の寄与率が 28.8%あることから分かるように、もともと誤差の大きい実験だったにもかかわらず実験回数が少なかったことや、シャボン膜の強度に影響すると考えられる湿度や液の温度などを考慮しなかった、つまり、始めに選択した因子の数が少なかったことなどが挙げられる。また、解析からは最初に決めた水準内での最適条件しか分からず、本当の最適条件は設定した水準外にあるかもしれないと考える。実験計画法を利用する際であっても、はじめの因子や水準の決定、実験装置や実験方法等の実験の設定や、先行研究の調査などの準備は大変重要なものであるとも考えた。

## VI 今後の計画

より精度の高い実験を行い、実験計画法の結果と全通りの結果とを比較していく。また、さまざまな実験に対応できる方法を身につけていく。

## VII 謝辞

今回の研究をするに当たり、様々な助言をくださった担当教諭の佐野先生をはじめ、高松第一高等学校の理科教諭の皆様に深く感謝の意を表します。

## VIII 参考文献

- 改訂版 実験計画と分散分析のはなし（日科技連出版社） 著者 大村 平
- よく分かる実験計画法（近代科学社） 著者 中村 義作
- 第3版 実験計画法 上下（丸善） 著者 田口 玄一

（注1）変数の結果への影響を%で表現したもの。

（注2）各因子に設定する段階（level）のこと。例えば、洗濯のりの場合 4mL、8mL、12mL の3水準であり、この実験ではどの因子も3水準となっている。

（注3）独立に観測されたデータの個数を示している。今回は実験回数が18回のため合計の自由度は18である。自由度の概念は難しいが、実験回数1回分と解釈すれば分かりやすい。

（注4）各因子の全変動から誤差との交互作用の効果を引いたもの。