

水ロケットの最適飛行条件 ～飛距離を伸ばすために～

The Optimum Conditions of Water Rocket Flight

中山 侑祐 増田 吉昭 坂上 登亮 山下 日菜子

Nakayama Yusuke, Masuda Yoshiaki, Sakagami Tosuke, Yamashita Hinako

I 要旨

私たちの身の回りには炭酸飲料のペットボトルがあふれている。このペットボトルを使って作ったロケットは水と空気だけで飛ぶクリーンな飛行体であり、山岳地帯での架線工事にも使用されている。私たちは、このロケットが最も飛ぶ条件を調べるためペットボトルの内圧や水量、羽の枚数について実験を重ね、飛距離や推力の力積のデータを集めた。このデータから、先行研究では見られなかった興味深い最適飛行条件を見つけた。

II 研究動機・目的

私たちはカナダの研究者がペットボトルロケットを宇宙まで飛ばそうとしていると知り興味を持った。どのような条件で最もよく飛ぶのかを文献で調べると、研究数は多いものの、研究ごとに結果が異なったり実験方法が曖昧だったりするため、自分たちで確かめることにした。なお、今回の研究では、ロケット本体に関する条件についてのみ調べた。

III ペットボトルロケットが飛ぶ原理

ペットボトルロケットとは、ペットボトル内に空気と水を入れ、それらが噴出される力の反作用によって飛ぶロケットであり、近年注目されているクリーンなロケットである。研究にあたって、まず推力の大きさを計算によって導くことにした。

推力の大きさを求めるには、流体力学のベルヌーイの定理を使う方法などがあるが、自分たちの知っている高校物理の知識を使って導くことにした。なお、(推力) = (単位時間当たりに水を噴出させる力) と考えた。

飛ぶ前の機体の質量を m_1 、入っている水の質量を m_2 とし、 Δt 秒後の機体の速さを v_1 、噴出する水の速さを v_2 とすると運動量保存の法則より

$$(m_1 + m_2) \times 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2 \dots \textcircled{1}$$

また、運動量の変化量は与えられた力積に等しいので推力を F とすると、

$$F \times \Delta t = m_1 v_1 - m_1 \times 0 \text{ より}$$

$$F = \frac{m_1 v_1}{\Delta t} \dots \textcircled{2}$$

①を②に代入して

$$F = -\frac{m_2 v_2}{\Delta t} \dots \textcircled{3}$$

ここで噴射口の断面積を S 、水の密度を ρ 、水の噴出速度を v 、ペットボトルの内圧を P_1 、大気圧を P_2 、 Δt 秒間にロケットが進んだ距離を x とすると、

$$\textcircled{3} \text{は } \frac{m_2}{\Delta t} = \rho \times s \times v \dots \textcircled{4} \text{ と表せる。}$$

$$\text{ゆえに } F = -\rho \times s \times v^2 \dots \textcircled{5}$$

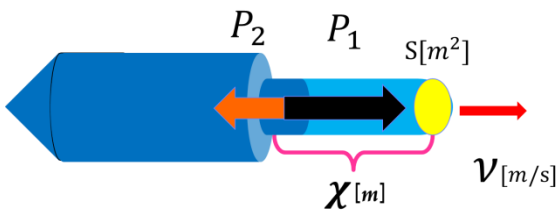
また、 Δt 秒間にロケットがされた仕事は、仕事とエネルギーの関係から噴出した水の運動エネルギーと等しいことより

$$(P_1 \times s - P_2 \times s)x = \frac{1}{2} \rho s x v^2 \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{6} \text{を变形して } v^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \dots \textcircled{7}$$



⑦に⑤を代入して $F = -2s(P_1 - P_2)$



F : 推力[N]
s : 噴射口の断面積[m ²]
ρ : 液体の密度[kg/m ³]
v : 水の噴出速度[m/s]
P_1 : ペットボトル内の圧力[atm]
P_2 : 大気圧[atm] (1.0atm=1013hPa, 下向きを正とする)

この式より、推力は噴出口の断面積、ペットボトル内の圧力、大気圧が関係していることがわかる。今回の実験では、噴出口の断面積と大気圧は一定と考えられるため、内圧が大きいほど、推力が大きくなり、飛距離が伸びると考えた。

IV 先行研究

先行研究では多くの実験が示されていたが、実験機関によって最適条件が異なっていた。

まず、内圧は高いほど飛距離が伸びるとあったが、その研究は内圧 5.0[atm]までしかデータがなく、測定方法も曖昧であり、あまり信頼できるものではないと考えた。次に、水量は 600~900[mL]が最適とあったが、これも測定方法が曖昧であった。また、羽は、研究機関によって、「取り付け位置」(例：最下部が良い、機体の重心の位置が良いなど)や「大きさ」(例：可能な限り小さいもの良い、機体の半分の大きさなど)、「枚数」などが違っていた。

V 研究内容

(1) 調査項目

今回の研究で調査した項目は、以下の6つである。

- ①ペットボトルロケットに最適なペットボトルについて
- ②内圧による飛距離と力積の変化について
- ③水量による飛距離と力積の変化について
- ④羽の位置と制御の関係について
- ⑤羽の枚数と制御の関係について
- ⑥羽の大きさと飛距離の変化について

また、実験では、それぞれ 10 回以上行った平均飛距離をデータとし、ペットボトルロケットの発射時や飛行中に軌道がずれなかったものを制御可能とし、軌道が大きくずれたものは制御できなかったとして除外した。

(2) 実験

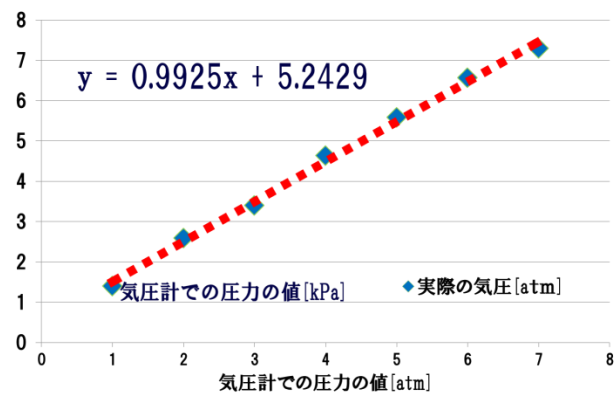
ア.空気入れ付属の圧力メーターの信頼性について

(実験方法)

空気入れ付属の圧力メーターの値と、実際のペットボトルの内圧を圧力センサを用いて測定した値を比較した。圧力センサは右図のようにペットボトルにつないだ。

(結果)

実際の内圧と圧力メーターの値の勾配はほぼ同じ値となった。近似線の切片が 0.52 であるので、圧力メーターの数値に 0.5[atm]加えた値を内圧とした。



実際の圧力と圧力メーターの示す値

イ.ペットボトルロケットに最適なペットボトルの種類の調査について

手軽に手に入るペットボトルに、自転車の空気入れで空気を入れていき、容器が変形するときの内圧の大きさを測定する。

(実験方法)

- ①空気を入れる前にペットボトル内に水を満杯入れる。
- ②入れた水をほかの容器に移した後、空気を入れる。
- ③空気を抜き再びペットボトルに水を戻して水位を調べる。
- ④空気によって膨らました前後での水位の変化の有無を調べ、ペットボトルの変形を判断する。

※なお、内圧は空気入れ付属の圧力メーターで測定しながら1.0[atm]ずつ増やした。

※※お茶などの炭酸飲料用以外のペットボトルはすぐに変形してしまい、破裂の危険性があったため、ペットボトルロケットには不向きだと判断し、記録には入れていない。

(結果)

カルピスソーダのペットボトルが最も耐久性があった。カルピスソーダは乳/果汁入炭酸飲料であり製造・出荷後も発酵し続けるため、耐圧性、耐熱性を兼ねた耐熱圧性ボトルを使用している。変形がない、カルピスソーダのペットボトルを機体に使用することにした。

	9	10	11	12
ハローズサイダー	○	○	○	×
コーラ1.5L	○	○	×	-
コーラ2L	○	×	-	-
三ツ矢サイダー	○	×	-	-
コープサイダー	○	×	-	-
カルピスソーダ	○	○	○	○

○：変形なし ×：変形あり

ウ.飛距離と推力の力積の関係について

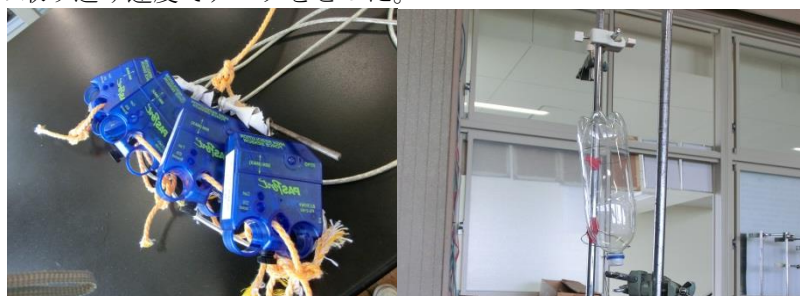
(飛距離の測定方法)

- ①機体に空気を入れ、機体本体に糸を結びつける。
- ②鉛直上向きに発射する。
- ③発射台から十分離れた位置で機体が頂点に達したとき合図をし、発射を行った人が糸をつかんだ。
- ④地面に落ちた後、発射台を基点に糸を伸ばし、その糸の長さをメジャーで測定した。この長さを飛距離とした。(測定値はセンチ単位までの値を採用した)



(力積の測定方法)

- ①機体の噴射口と4つの力センサを針金で連結させる。
 - ②機体が鉛直上向きに向くように、スタンドに固定する。
 - ③空気を入れ発射し、その力を力センサを用いて測定する。
 - ④コンピュータで横軸は時間、縦軸は力でグラフを作り、そのグラフの面積(=力積)を調べた。
- ※毎秒100回の取り込み速度でデータをとった。



a.水量一定で空気の内圧を変化させた場合

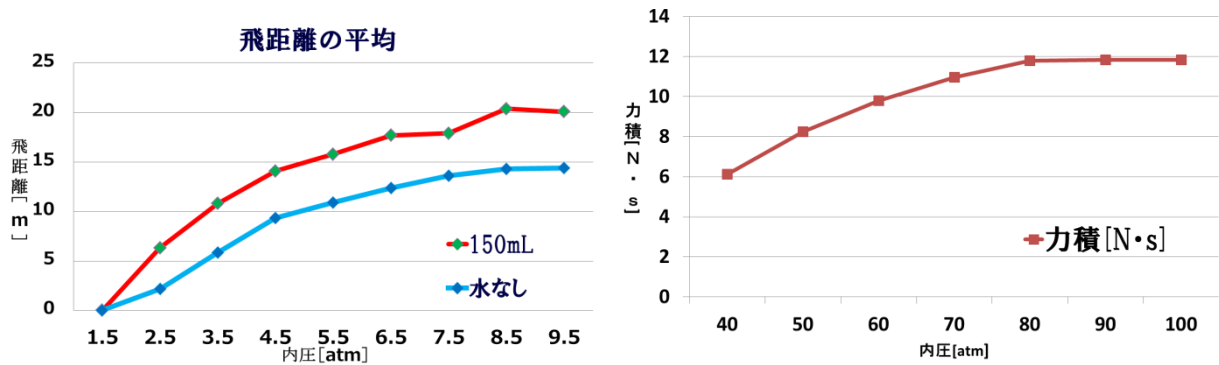
(条件)

水量 0 [mL] と 150[mL], 羽は付けず, 鉛直上向きに発射した。入力変数は内圧で 1.5~9.5[atm]とした。鉛直上向きに飛ばしたのは, 空気の影響を減らすためである。

(仮説)

最初に, 計算によって導いた推力の式より, 内圧が大きくなれば推力も大きくなり, 飛距離が伸びると考えた。

(結果)



グラフを見て分かるように, 水を入れるほうが, 入れなかった時より, 飛距離が伸びることが確認できた。また, 6.5[atm]までは仮説通り飛距離が伸びたが, 7.5[atm]あたりから飛距離が伸びなくなった。これは先行研究とは異なった結果となった。

(推論)

飛距離や力積が頭打ちとなった理由として, 噴射口での水や空気の粘性によって発生する摩擦により噴出速度に限界が生じるためだと考えた。そこで断面積を大きくした噴射口を使い, 水や空気による粘性による摩擦力を小さくし, 再実験を行った。

(再実験)

ドリルを使って, 噴射口の断面積を広げた。断面積がこれまでの噴射口の約 2 倍のものを使用した。

最初の噴射口の断面積 : $0.63 \times 10^{-4} [m^2]$

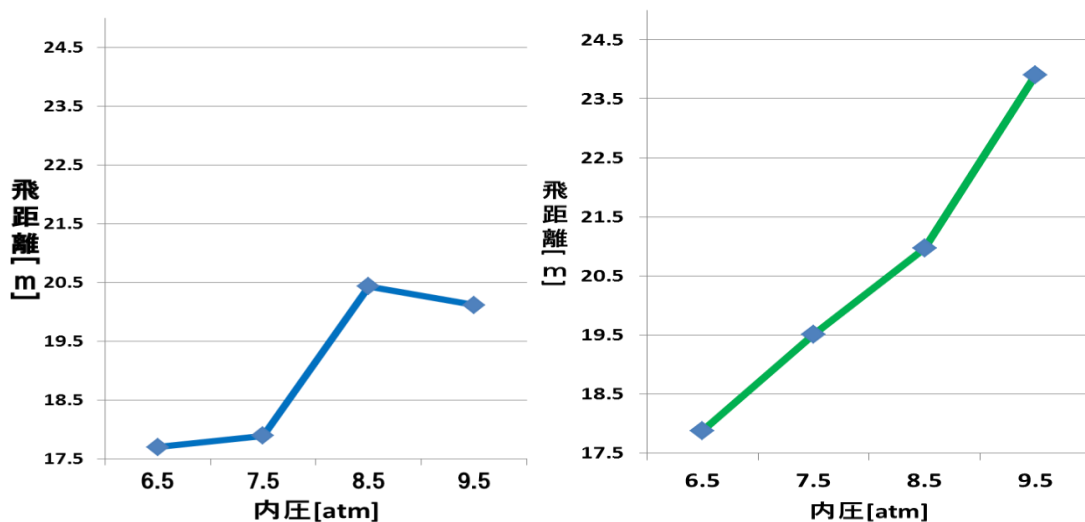
再実験の噴射口 : $1.01 \times 10^{-4} [m^2]$

水量は 150[mL]のみとし, 入力変数は内圧で 7.5~9.5[atm]のみとした。下の写真の左側が再実験の(噴射口大), 右側が最初の(噴射口小)である。

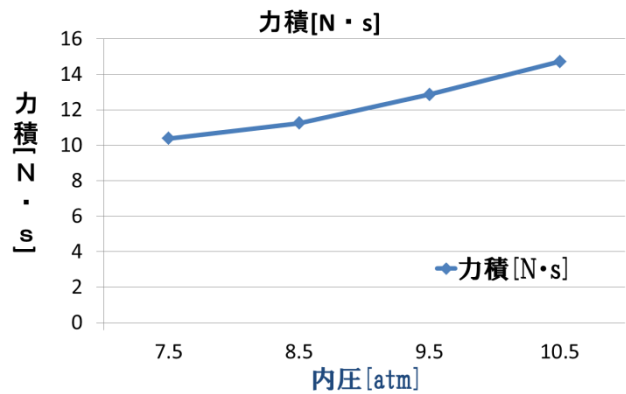
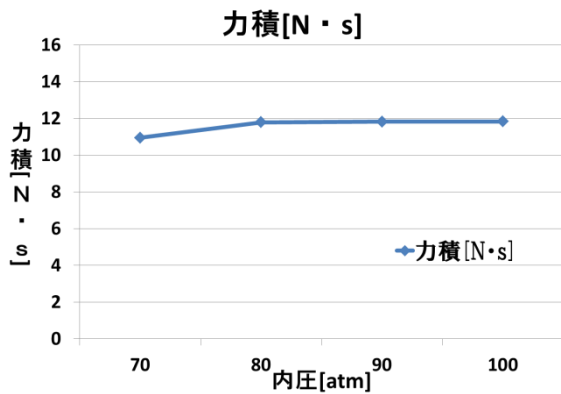


(結果)

下図の左が噴射口小, 右が噴射口大の 7.5~10.5[atm]の飛距離の変化である。



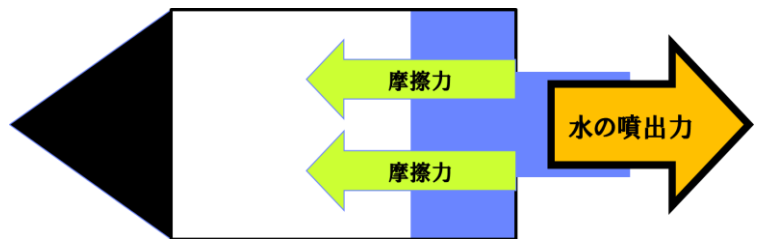
また、下図は左側が(噴射口小)、右側が(噴射口大)の 7.5~9.5[atm]の推力の力積の変化である。



4つのグラフより、断面積の大きい噴出口の方が飛距離が伸び、力積も大きくなることが分かった。

(考察)

実験結果から、水と空気の粘性により噴出口で発生する摩擦力と水の噴出力がつり合うことにより、噴出される水と空気の噴出速度に限界が生じ、飛距離も伸びなくなると考えられた。そして、このことは噴出口を広げることで、解消できることが分かった。



b. 空気の内圧一定で水量を変化させた場合

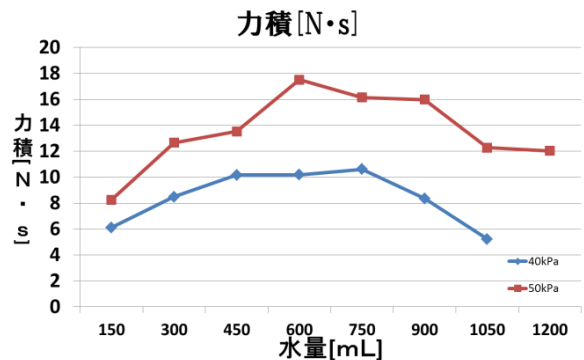
先行研究では、水量による飛距離の変化について多く調べられていたが、研究機関により最適値が異なっていた。また、それらの研究は風の影響が考慮されておらず、先行研究と同じ条件で測定しても機体の制御ができず、データのばらつきが大きかった。そこで、飛距離の測定は断念し、推力の力積を測定することにした。

(条件)

内圧は 4.5[atm]と 5.5[atm]として、水量を 150[mL], 300[mL], 450[mL], 600[mL], 750[mL], 900[mL], 1050[mL], 1200[mL]と 150[mL]ずつ変化させた。

(結果)

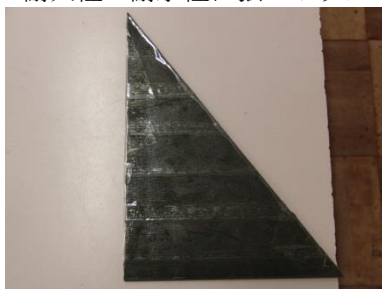
600~900[mL]で力積が最大となるが、900[mL]より水量が多くなると機体が重くなり力積が小さくなる。4.5[atm]と 5.5[atm]では 600~900[mL]あたりで力積が大きくなるとわかった。



エ. 羽と飛距離の関係について

機体の制御ができなかったため、「水量の変化による飛距離の変化」を調べることができなかった。そこで、先行研究を調べると羽をつけることで解消できるという情報があったので、羽の研究に移った。

今回、羽の素材として、牛乳パックや、厚紙などを使用したけど、耐久性・耐水性が低かった。そこで、耐久性・耐水性に強いポリプロピレンを使用した。



厚紙



牛乳パック



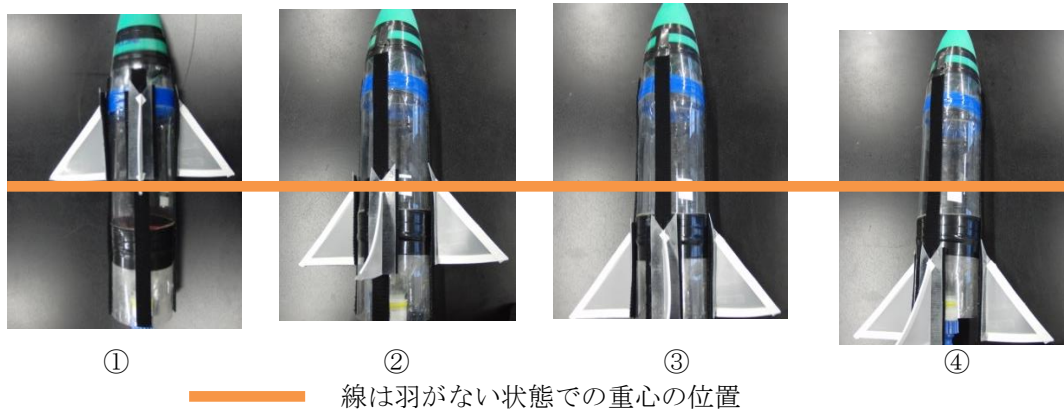
ポリプロピレン

a.羽の位置

羽について先行研究を調べると、「羽を機体の重心に近づけるほど揚力を得やすく飛距離がのびる」とあった。また、「羽を出来るだけ機体の下につけるほうが安定する」とも書かれていた。しかし、どの研究も考察が曖昧で、納得のいくものではなかった。

(条件)

内圧を 4.5[atm]、水量は 0[mL]、発射角度 60 度として、 $10 \times 10 \times \frac{1}{2} [cm^2]$ の大きさの直角三角形の羽を使用した。この実験では体育館内ですべての窓やドアを閉め切り、機体を飛ばすことにした。そのため、風の影響はないと考え、制御ができるかできないかを調査した。なお、羽の位置は下図の「①重心より上」、「②重心の位置」、「③重心より下」、「④機体より下に出す」、の 4 つで行った。



(結果)

④のときだけが、制御可能となった。ほかはすべて前方向に回転し、機体を制御することができなかった。

(考察)

④以外が回転した理由としては、ペットボトルロケット本体の空気抵抗、機体周辺の風による力のモーメントなどによる影響が考えられる。

b.羽の枚数と制御の関係について

(条件)

内圧を 4.5[atm]、水量を 0[mL]、発射角度 60 度、羽は $10 \times 10 \times \frac{1}{2} [cm^2]$ の直角三角形のものを使用し、入力変数は羽の枚数を①2 枚、②3 枚、③4 枚とし制御ができるかできないかを調べた。

(結果)

4 枚のときだけが制御可能となった。ほかはすべて前方向に回転し、機体を制御することができなかった。

c.羽の大きさと飛距離の変化について

(条件)

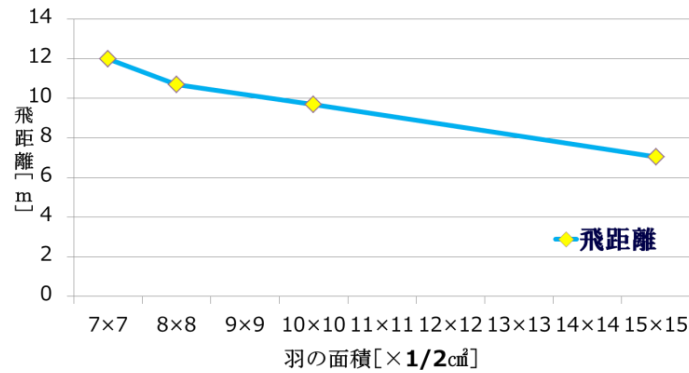
内圧を 4.5[atm]、水量を 0[mL]、発射角度 60 度、羽は 4 枚使用した。羽の形状は直角三角形で羽の大きさは一辺の大きさ 7[cm], 8[cm], 9[cm], 10[cm], 11[cm], 12[cm], 13[cm], 14[cm], 15[cm]と変化させ飛距離を測定した。

(仮説)

先行研究では、羽の大きさと飛距離の関係に関する実験は見当たらなかった。私たちは、羽が小さいほど羽に受ける空気抵抗や機体全体の質量が小さくなるため飛距離がのびると考えた。

(結果)

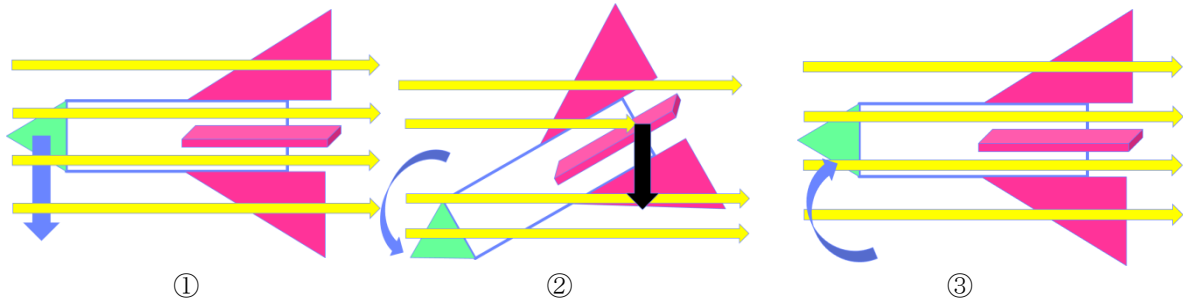
グラフから仮説通り、羽の面積が小さくなるほど飛距離が伸びることがわかる。しかし、一辺が 6[cm]より小さい羽では制御できず飛距離が測定できなかった。一辺が 6[cm]より小さい羽で制御できなかった理由について次のように考えた。



羽の大きさと飛距離の関係

(考察)

- ①これはペットボトルロケットがまっすぐ飛んでいる様子を表す。(黄矢印は風の流れを表す。)
- ②これに機体先端部の重さや空気の流れの乱れなどにより、ペットボトルロケットの先端が下に傾く力(青矢印)を受けたとする。
- ③のとき、羽が空気の流れによる力を受け、元に戻ろうとする力(黒矢印)を受けるため、機体が元に戻る。
このように、羽は気体周辺の空気を整えているが、 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} [\text{cm}^2]$ の羽で制御できなかったのは、機体を元の状態に戻そうとする力が弱いからだと考えた。



VI まとめ

(1) 今回の研究による最適飛行条件

- ①ペットボトルロケットに最適なペットボトルについて
機体は1.5[L]のカルピスソーダのペットボトルが変形せず最適であった。なお、機体サイズは全長43.2[cm],半径4.2[cm],質量172.7[g]噴出口の断面積1.01 [cm²]である。
- ②内圧による飛距離と力積の変化について
10.5[atm]のとき最大となった。(今回測定できる圧力の最高値)
- ③水量による飛距離と力積の変化について
600~900[mL]のとき最大となった。
- ④羽の位置と制御の関係について
機体よりも下につけたときだけ制御できた。
- ⑤羽の枚数と制御の関係について
4枚つけたときだけ制御できた。
- ⑥羽の大きさと飛距離の変化について
羽の大きさは $7 \times 7 \times \frac{1}{2} [\text{cm}^2]$ のとき最大となった。

(2) 参考文献

- ① [埼玉県立川越高等学校 | SSH 取り組み事例](http://chemeng.in.coocan.jp/fl/fl13.html)
chemeng.in.coocan.jp/fl/fl13.html
ssh.jst.go.jp/jirei/kawagoe.html

- ② [カルマン渦列 \(動的安定性解析\) - FN の高校物理](http://fnorio.com/0109Karman's.../Karman_vortex_street1.html)
fnorio.com/0109Karman's.../Karman_vortex_street1.html
- ③ [流体工学 fl13 運動量の法則](http://chemeng.in.cocan.jp/fl/fl13.html)
http://chemeng.in.cocan.jp/fl/fl13.html
- ④ [水ロケットの飛距離の研究](http://www.oroppas.or.jp/school/hassamu/rocket/rocket.html)
http://www.oroppas.or.jp/school/hassamu/rocket/rocket.html

(3)謝辞

今回、研究を行うにあたりご指導していただいた、竹本校長先生、中條教頭先生、小谷先生、佐藤先生、石川先生、本田先生、片山先生、伊賀先生、川西先生には大変お世話になりました。本当にありがとうございました。