

石の水切り Stone Skipping

齊藤 健輔 坂本 航平 金子 貴大 成瀬 祐愛
SAITO Kensuke, SAKAMOTO Kohei, KANEKO Takahiro, NARUSE Yua

I 概要

石の水切りとは、石を水面に向かって投げて何回跳ねるかを競う遊びである。私たちは石が跳ねる条件について調べた。

石の跳ね返りには、石の入水速度、入水角度、石の角度が影響していると考え、それらの変数を制御して実験を行った。石が入水する瞬間を横からハイスピードカメラで撮影して、動画を解析した。入水角度が 12 度以上、石の角度が 3 度以上のときに石が跳ねること、入水前より出水後の石の角度が大きくなっていることがわかった。

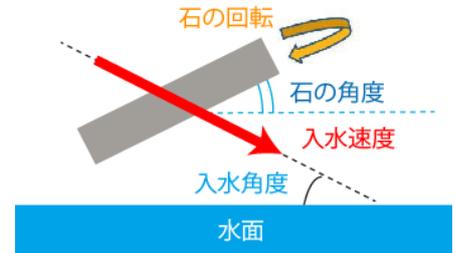


図 1 石の入水する様子

II 研究目的

石の水切りにおいて、どのように石を射出すれば多く跳ねさせることができるのかと考え、石の回転数、入水速度、入水角度、石の角度を変えながら射出し、石が跳ねる様子を調べた。また、2 回目以降の石が跳ねる様子は 1 回目の跳ねる条件がわかれば、予測できると考えた。そこで、今回は 1 回目の跳ね返りの前後に注目して実験を行うことにした。

III 先行研究

フランスの物理学者の *Lydéric Bocquet* や永弘進一郎氏らの研究によると、石の角度が 20° のとき、石が最もよく跳ねる、ということが報告されている。

Coleman-McGhee の元ギネス世界記録 38 回を達成したときの石は初速 12m/s、14 回転/秒であることが後の分析より分かっている。

IV 研究内容

1. 実験用の石を製作

実験で射出させる石を統一させるために石材店で直径 5cm の石柱（庵治石）を頂き、岩石切断機を用いて厚さ 1cm、質量 65g の円盤（図 2）に切り分けた。

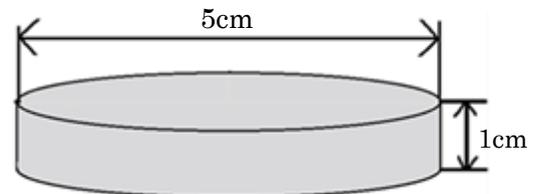


図 2 実験で使用する石

2. 様々なマシンを製作

人の手で石を投げると、石の回転数、入水速度、入水角度、石の角度などを制御して実験を行えないので、それらを制御して射出するために以下のマシンを考案した。

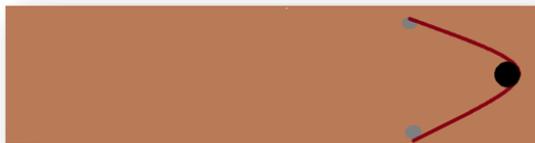


図 3 パチンコ式



図 4 バッティング式



図 5 レーン付きバッティング式

（バッティング式で石をまっすぐ射出できなかったため、レーンによってまっすぐ射出させようとした。）

しかし、これらのマシンは耐久性が低くすぐに壊れてしまう、石をまっすぐに射出できない、石の回転数、初速度を自在に変えられないという問題点があった。

よって、これらの問題点を改善するために、より安定して石を射出させることができる自転車マシン（図 6）を製作した。



図 6 自転車マシン

3. 予備実験 1：自転車マシンで石を射出

○実験器具

- 石(直径 3.4cm 厚さ 0.5cm 質量 11g)
- 自転車マシン 定規 ハイスピードカメラ (CASIO EX-F1)

○実験方法

- 回転なし…両方の車輪の回転数を同じにして、石を射出した。
- 回転あり…片方の車輪だけ回転させて、石を射出した。
- それぞれの場合で自転車マシンの車輪の回転数、石の速度、石の回転数の相関を調べた。

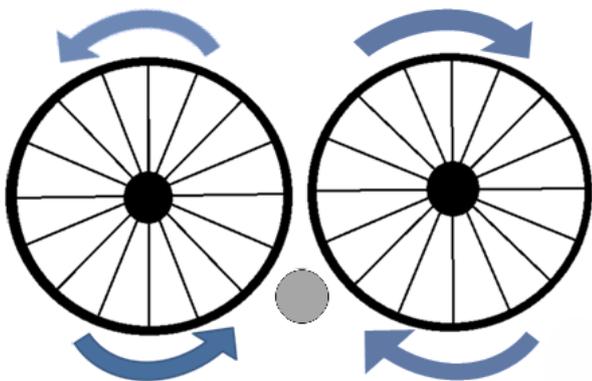


図 7 石の回転なし

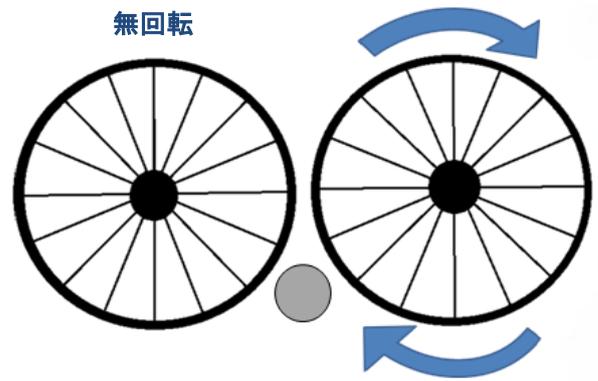


図 8 石の回転あり

○結果

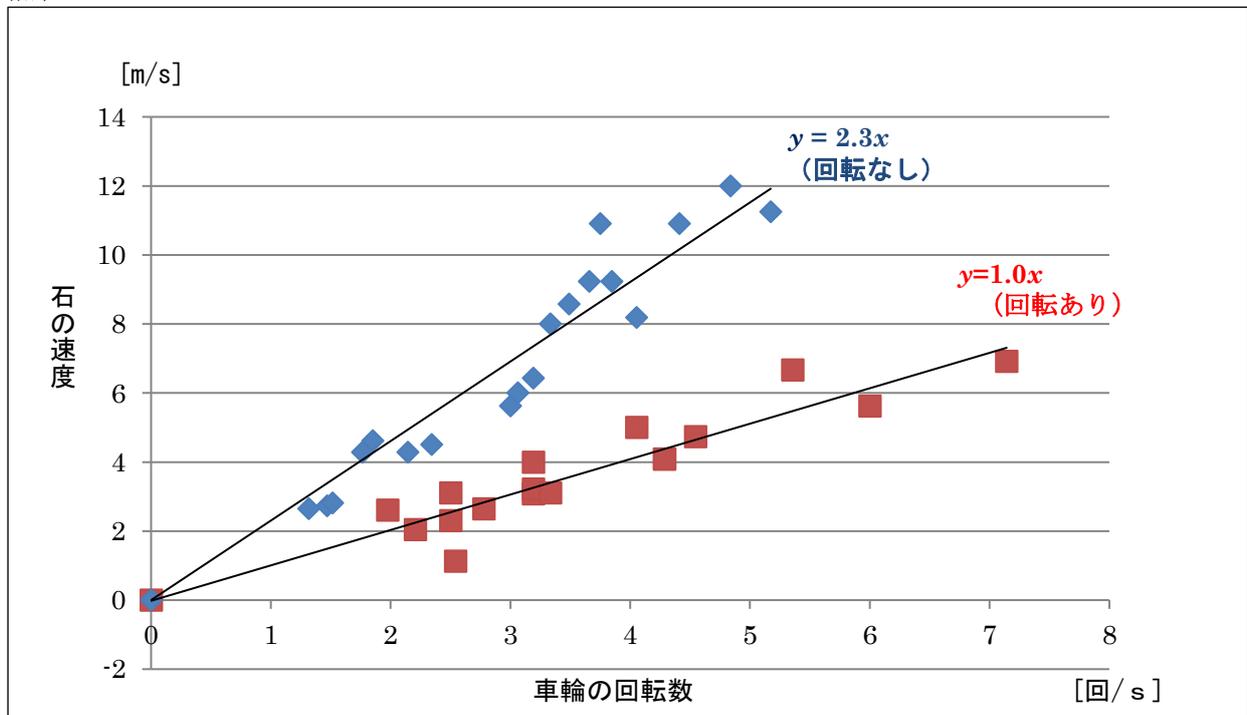


図 9 車輪の回転数と石の速度の相関

図 9 より、車輪の回転数と石の速度は比例関係になっていることが分かる。また、「石の回転なし」のグラフは「石の回転あり」のグラフの約 2 倍の傾きであった。自転車で行う際に、石に回転をかけた場合必要な石の速度が得られにくいと考えられる。

○考察

なぜ石の回転ありと回転なしでこのようにグラフの傾きに差が出たのかについて、エネルギーの面から考える。

自転車の車輪のエネルギーと石のエネルギーは次のように表せる。

車輪の回転エネルギー： $\frac{1}{2}M\omega_M^2r_M^2$

石の回転エネルギー： $\frac{1}{2}m\omega^2r^2$

運動エネルギー： $\frac{1}{2}mv^2$

M :自転車の車輪の質量[kg]
m :石の質量[kg] ω :角速度[rad/s]
r :半径[m] v :石の速度[m/s]

自転車の車輪 左 質量 1.85kg 直径 0.65m
 右 質量 2.35kg 直径 0.64m
 石 質量 0.011kg 直径 0.017m より
 車輪のエネルギーと石のエネルギーの関係を下図に示す。

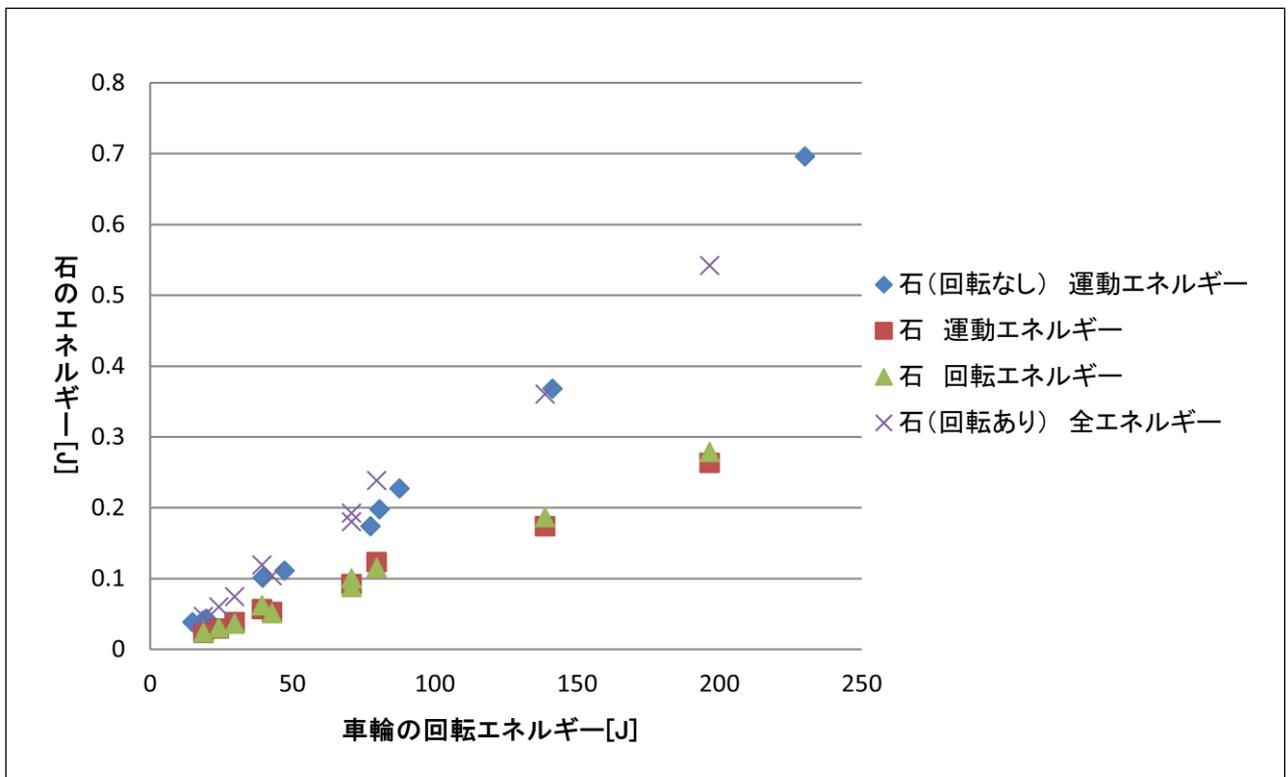


図 10 車輪の回転エネルギーと石のエネルギーの相関

石（回転あり）全エネルギーは回転ありの石の運動エネルギーと回転エネルギーの和である。また「石の回転なし」の時の石の持つエネルギーは無回転なので運動エネルギーのみである。

図 10 より「回転あり」の時の石のもつ運動エネルギーと回転エネルギーはほぼ同じであると分かる。また「回転なし」の石の運動エネルギーと「回転あり」の全エネルギーはほぼ同じである。よって「石の回転あり」の時は、車輪から石に与えられたエネルギーがほぼ半分ずつ石の回転エネルギーと運動エネルギーに分けられたと考えられる。これより車輪の回転数が同じ時、「石の回転あり」が「石の回転なし」の石の速度のおよそ半分になったと考えられる。

自転車マシンで石をまっすぐ射出させることはできるが、石の回転数、速度、射出角度を制御して射出できず、石の速度一定で回転数を変えたり、石の速度一定で回転数を変えたりすることができないので、このマシンによる実験は断念した。

4. モーター式マシンの制作

野球部から提供いただいたバッティングマシンを改良してモーター式マシンを製作した。石を射出するために車輪にスポンジを貼って石の直径に合わせた。

このマシンは車輪の回転数を容易に変化させることができるので、石の速度、回転数を制御して射出でき、着水地点を安定させることが可能になった。

～モーターマシンでの実験方法～

○実験器具

石 モーター式マシン

ハイスピードカメラ (Photron MC2.1) (CASIO EX-F1)

○実験方法

モーター式マシンを用いて石を射出し、石の角度 (α)、入水速度 (v)、入水角度 (β) をハイスピードカメラを用いて撮影し解析した。

モーター式マシンを石が堀に向かって射出されるように設置し、三脚を用いてマシンの真上に CASIO EX-F1 を固定して石の射出速度を測定した。また、石を何度も打ち出して石の着水地点を予測し、石の角度 (α)、入水速度 (v)、入水角度 (β) を測定し解析した。



図 11 モーター式マシン

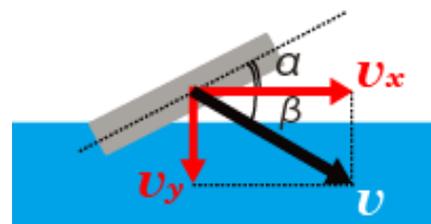


図 12 石の入水図

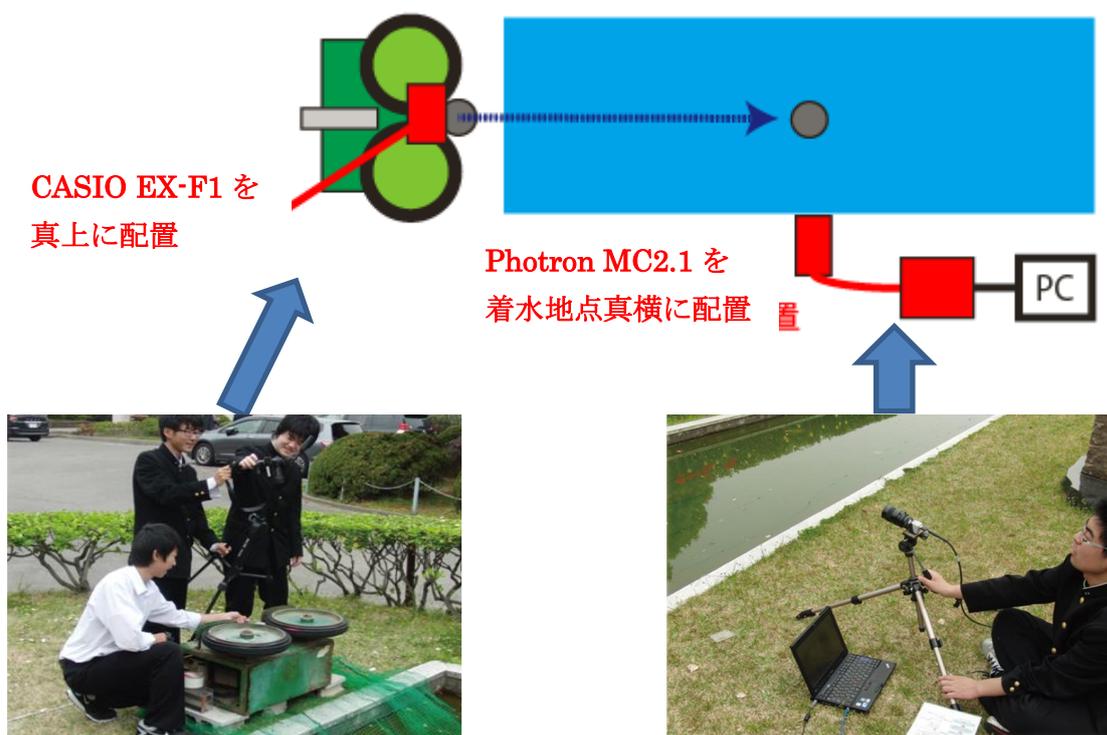


図 13 実験器具の配置

○データの解析方法

<入水速度>

- ① 解析する動画を解析ソフト「Photron Fastcam Analysis」上に開く。
- ② 石が入水する直前から直後までを切り取り、解析ボタンを押す。
- ③ 動画のスケールを設定する。
- ④ 水面と平行に x 軸をとり、石の動きを追跡する。
- ⑤ データを出力し、水平方向 x と鉛直方向 y の座標をプロットして近似直線をより速度成分 v_x , v_y を読み取る。

〈石の角度〉

- ① 入水直前直後の石の画像を画像編集ソフト「Adobe Photoshop」上に開く。
- ② 水平補正で石の傾きを0にする。
- ③ 水面の傾きが表示されるので読み取る。

〈入水角度〉

入水速度の解析と同様に石の水平方向の速度 v_x 、鉛直方向の速度 v_y を出し、 $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$ より θ を出す。

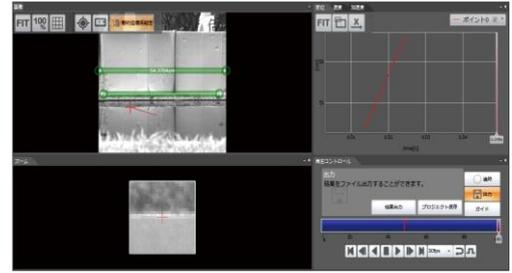


図 14 解析の様子

5. 予備実験 2 : 石の回転による跳ねの変化

◎予備実験 2-1

モーター式マシンで石を「回転あり」と「回転なし」で石を射出して、石が入水する瞬間を横からハイスピードカメラで撮影した。

- 回転なし 石の回転数…0 回/s
- 回転あり 石の回転数…55 回/s

○結果

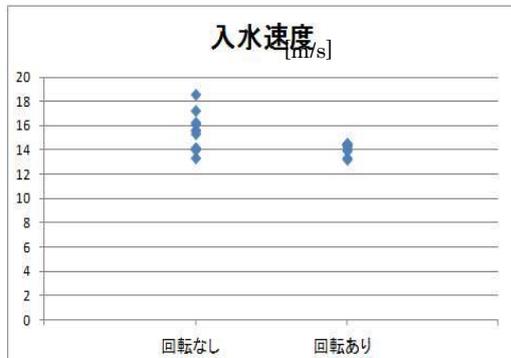


図 15 石の回転有無と入水速度

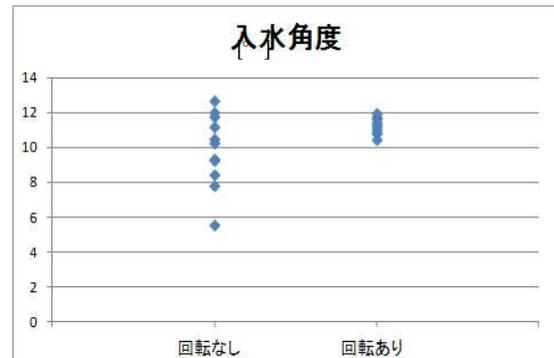


図 16 石の回転有無と入水角度

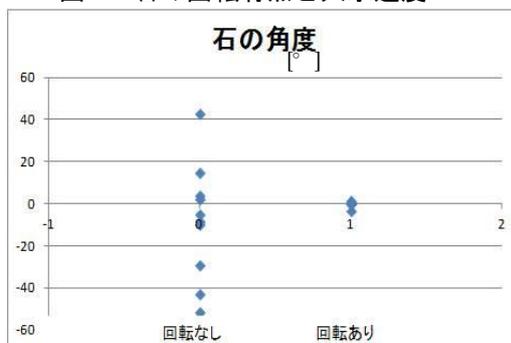


図 17 石の回転有無と石の角度

図 15,16,17 より、石を一定の回転数、速度、角度で飛ばしているにも関わらず、「回転なし」は「回転あり」に比べて値のばらつきが大きいことが分かった。よって、石の回転は入水速度、入水角度、石の角度を安定させる姿勢制御の役割を果たしていることが分かった。

石の回転によるジャイロ効果によって石の姿勢が安定すると考えられる。

◎予備実験 2-2

入水した時に石の回転が石の速度変化に大きく影響を及ぼさないと考えた。

○実験器具

コマ 力学滑走台 GB-200N ブロワ スタンド スポンジ
ハイスピードカメラ (Photron MC2.1)

○実験方法

コマを「回転あり」と「回転なし」で台車の上に乗せ、滑走台の上を滑らせた。(滑走台は下図のように傾かせており、コマは自然に滑走するようになっている。) 滑走中のコマに両側からスポンジを当て摩擦を加え

た。コマの滑走の様子を横からハイスピードカメラで撮影した。「回転あり」のコマに両方から摩擦を加えた時、「回転なし」のコまに両方から摩擦を加えた時、図 18 のように摩擦を加えた時、図 19 のように摩擦を加えた時のそれぞれの速度変化を見比べた。

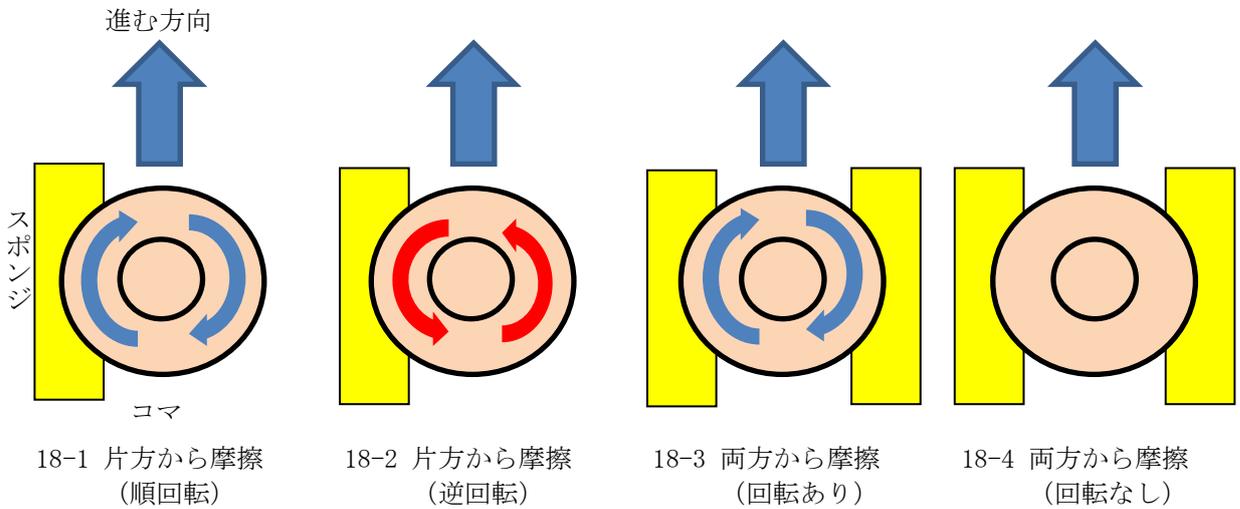


図 18 コマの実験 (上から見た様子)

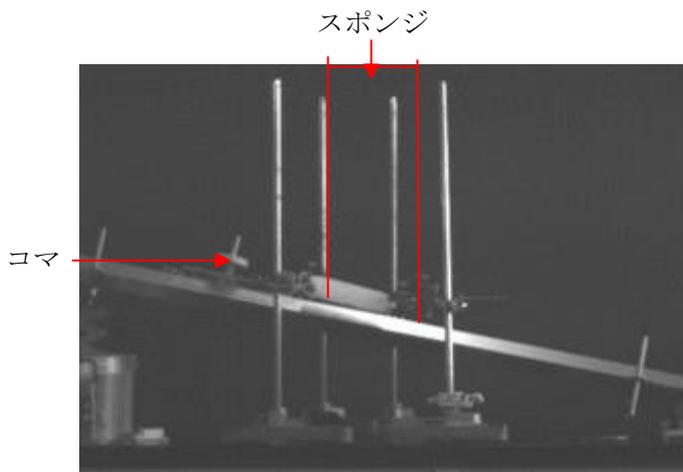


図 19 コマ実験の様子

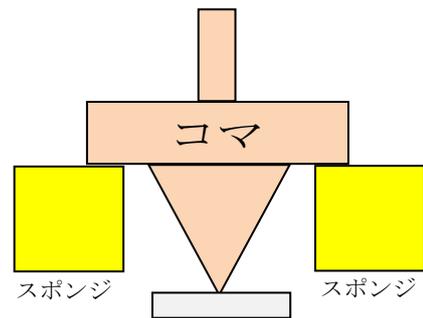


図 20 横から見た様子

○結果

図 18-1,2 では片方から摩擦を加え、進む方向に対して順回転、逆回転でコマを回転させ滑走させた。順回転ではコマの速度が上がったが、逆回転ではコマの速度が落ちた。

図 18-3,4 のようにコマを「回転あり」と「回転なし」で両方から摩擦を加え滑走させた。それら 2 つによる速度変化は同じであった。

○考察

石が入水し水から摩擦を受けたとき石の回転があってもなくても石の速度変化自体は同じであるといえる。回転が速度変化に大きく関わらないということは、石の跳ねにも大きく影響を及ぼさないといえる。

また、石の回転が本当に跳ねに関係しないかというところというわけではない。回転することによって石は空気抵抗や水からの力を受けても姿勢を安定していただける。回転があることによって石が安定し跳ねる角度になりやすいのである。

しかし、私たちは一回目の跳ねだけに注目しているので、入水による回転の減少が無視できるほどの回転数であれば実験に問題ない。

逆に言えば跳ねるたびに石の回転数は減少するので、たくさん跳ねさせるためにある程度の回転があったほうが有利である。

6. 予備実験 3：石の速度の制御

○結果

図 21 よりモーター式マシンの回転数を上げても石の速度はある程度までいくとそれ以上速くならないということが分かった。

○考察

マシンのモーターの回転数が大きくなると、石の表面とモーター式マシンのローラー部分が滑り出しているのではないかと考えた。石とローラーが滑っていないときは石とモーターにかかっている摩擦力が静止摩擦力であるが、滑っているときは動摩擦力である。

改善策として、石の表面より摩擦係数が高いものを石に巻く。ゴムがそれに利用できるかどうか検証実験を行った。

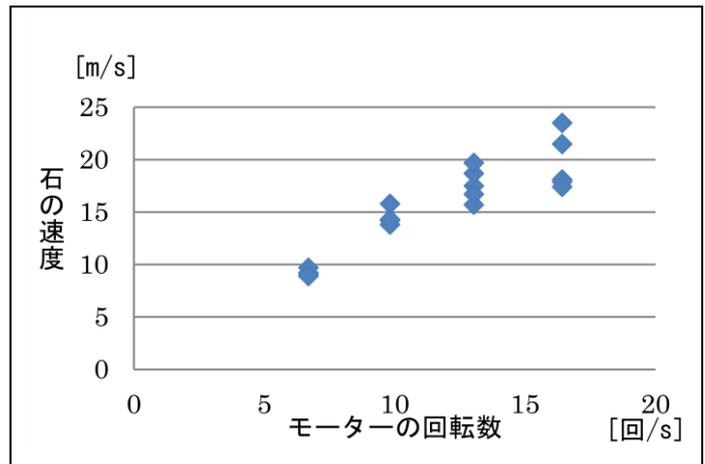


図 21 モーターの回転数と石の速度の相関

◎検証実験

石とローラー部分、ゴムとローラー部分の静止摩擦係数と動摩擦係数をそれぞれ調べる。

○実験器具

石 スポンジ ゴム おもり タコ糸 Pasco 高精度力センサー Pasco Xplorer GLX ノートパソコン

○実験方法

ローラー部分であるスポンジの上に石又はゴムを張り付けた石を乗せる。それぞれの重さを変えながら、力センサーでタコ糸をつけた石を引っ張る。パソコンで解析し、静止摩擦係数、動摩擦係数を出す。



図 22 実験のセッティング

○結果

	静止摩擦係数	動摩擦係数
石とスポンジ	1.13	1.03
ゴムとスポンジ	1.33	1.30

この実験より、ゴムの方が石に比べて摩擦係数が高いことが分かった。よって石の周囲にゴムを巻くことで、石を滑りにくくすることができ、速度を大きくすることができるようになった。

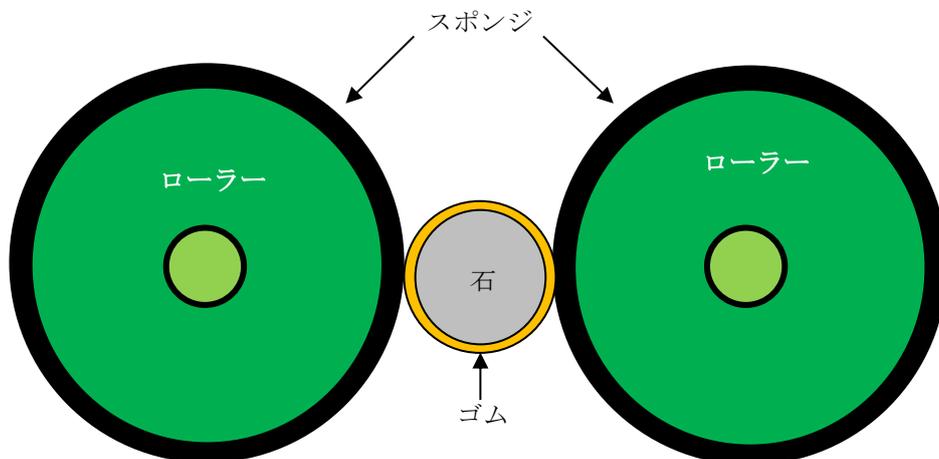


図 23 マシンを上から見た様子

7. 本実験

モーター式マシンを用いて石を射出し、石の角度(α)、入水速度(v)、入水角度(β)を調べた。

○結果 1

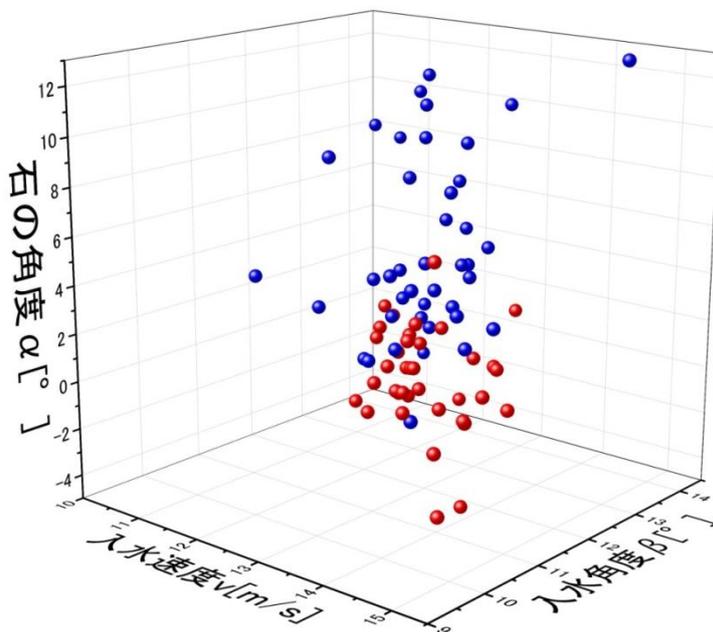


図 24 石の角度 (α)、入水速度 (v)、入水角度 (β) の相関
(青…跳ねた, 赤…跳ねなかった)

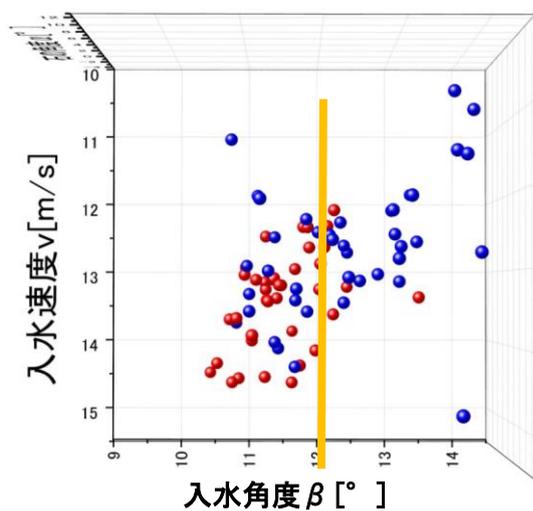


図 25 入水角度と入水速度の相関

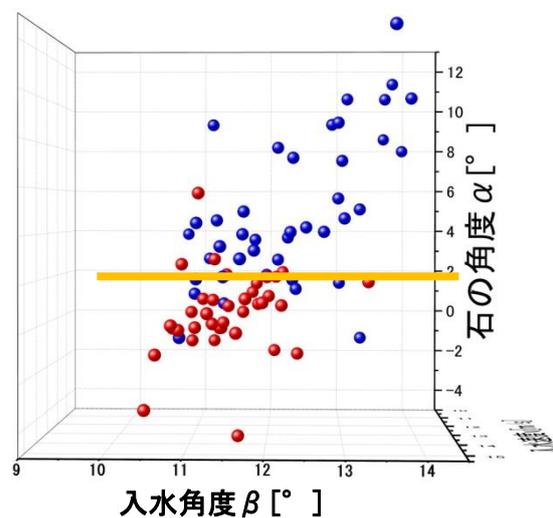


図 26 入水角度と石の角度の相関

3D のグラフ (図 24) を作って 3 つの変数の相関を見たところ、図 25 より入水角度が 12 度以上、図 26 より石の角度が 3 度以上で石がほとんど跳ねていることが分かった。
つまり上の条件を満たした時、石は高い確率で跳ねる。

○結果 2

右のグラフより, 入水前に比べ入水後の石の角度が大きくなっていることが分かる。このようなことがなぜ起こるのかについて以下の考察を立てた。



図 27 石の角度の変化

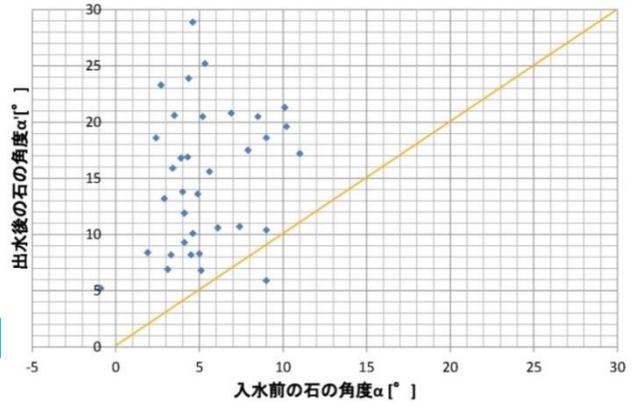


図 28 入水前後の石の角度

○結果 2 の考察

石が入水する際の様子を見てみたところ, 石の後方は水面に付いたまま, 石の前方が上下して跳ねていることが分かった。つまり, 図 29 のように石の後方を回転軸として石が回転し石の前方が素早く落ち水面に叩きつけられ, 水から上向きに反発する力を受けて, 角度が大きくなるのだと考えた。

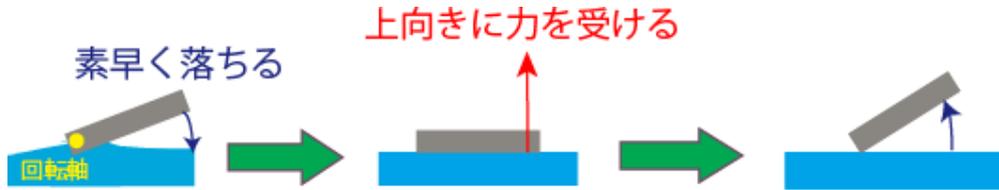


図 29 石が跳ねる様子

◎検証実験

ストローの両端に弾性ボールと非弾性ボールをつけ, 弾性ボールを石の前方, 非弾性ボールを石の後方と見立てて, 図のように非弾性ボールが先に机に着くように落とした。衝突する様子を横からハイスピードカメラで撮影した。

○結果

机への衝突前に比べて, 衝突後の方がストローの角度が大きくなっていた。よって, 非弾性ボールは机に着いた後, 回転軸の役割を果たし, 弾性ボールを机に叩きつけ, 机から上向きに反発する力が働いていることが分かった。同様なことが跳ねる石にも起こっていると考えた。

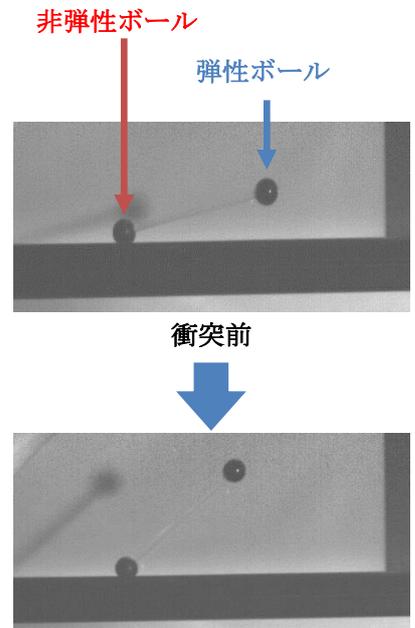


図 30 実験の様子

V まとめ

水平方向の速度の変化率 $\frac{v_x'}{v_x}$ の平均 0.80

鉛直方向の速度の変化率 $\frac{v_y'}{v_y}$ の平均 0.67

鉛直方向の変化率の方が水平方向の速度の変化率に比べて小さい。よって鉛直方向の速度の方がはやく 0 近づくので, 跳ねるのに必要な速度を鉛直方向のみで考える。

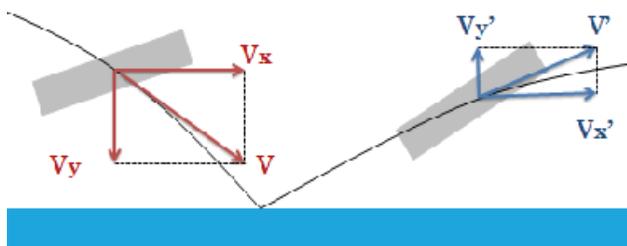


図 31 石の跳ねる様子

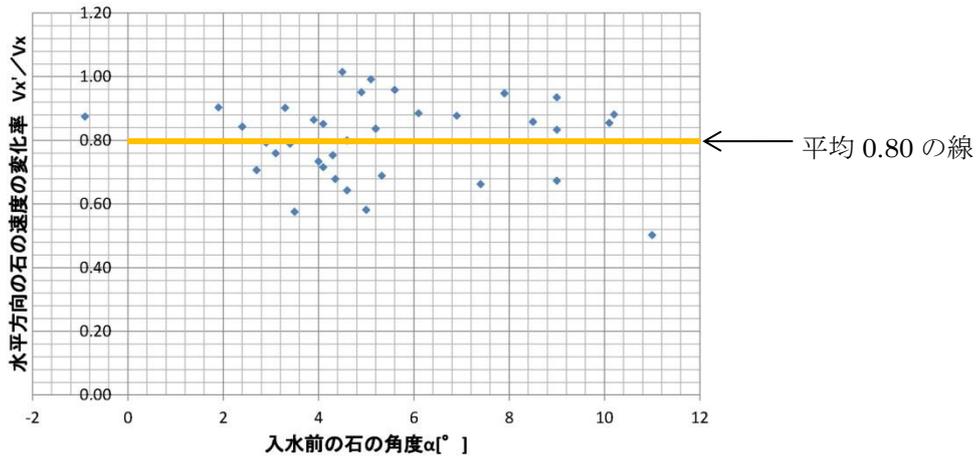


図 32 石の水平方向の速度の変化率

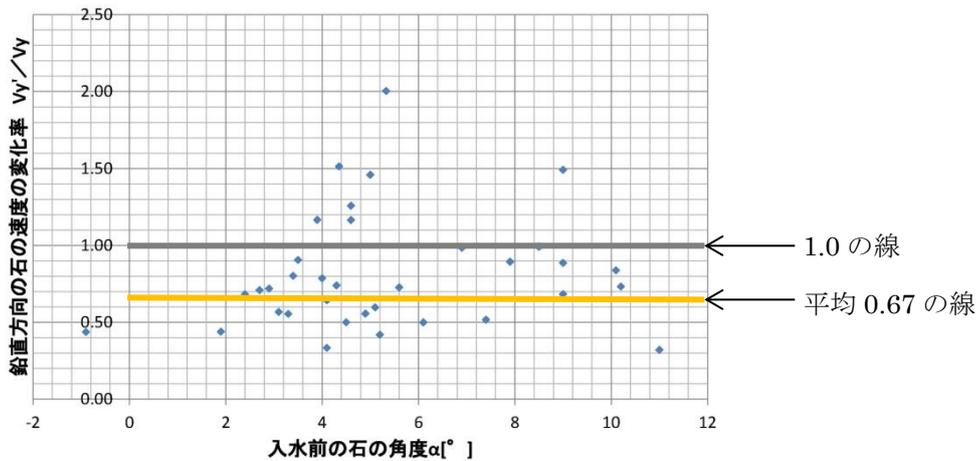


図 33 石の鉛直方向の速度の変化率

ちなみに変化率が 1.0 以上のときは、反発係数が 1.0 よりも大きいということになる。それは石が上向きに外力を与えられているということである。つまり水面に波が立っていたなどの要因が考えられる。よって 1.0 以上の速度変化率は考慮しない

式の導出

e_y を鉛直方向の変化率とすると、 $e_y = \frac{v_y'}{v_y}$
 $v_y^2 - v_{y0}^2 = 2gh$ より、初速度 v_{y0} は 0 であるから、 $v_y^2 = 2gh \quad \therefore v_y = \sqrt{2gh}$

ここで $v_y = \sqrt{2gh_0}$ 、 $v_y' = \sqrt{2gh_1}$ とおくと、 $e_y = \frac{v_y'}{v_y} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_0}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$

両辺を 2 乗して、 $e_y^2 = \frac{h_1}{h_0} \quad \therefore h_1 = e_y^2 h_0 - \text{①}$

同様にして $h_2 = e_y^2 h_1 - \text{②}$

②に①を代入すると $h_2 = e_y^2 \cdot e_y^2 h_0 = e_y^4 h_0$

この式を n を用いて表すと、 $h_n = e_y^{2n} h_0 - \text{③}$

また、 $v_y^2 = 2gh_0$ より、 $h_0 = \frac{v_y^2}{2g}$

これを③に代入して、 $h_n = e_y^{2n} \frac{v_y^2}{2g}$

よって、 n 回跳ねた後の高さ h_n は、 $h_n = (0.67)^{2n} \cdot \frac{v_y^2}{2g}$

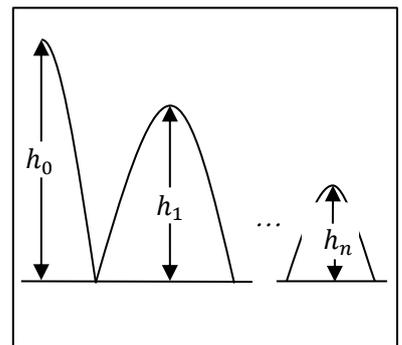


図 34 跳ねた高さ

また、本実験の結果2より石の角度は跳ねるたびに大きくなることが分かっている。よって、石が跳ね返らなくなるときの石の角度が 90° であると考え、石が跳ね返らなくなるとい状態は右図である。

この高さは石の重心を考えると 0.025m である。

h_n が 0.025 以上でないと石が跳ねたとはならない。
それを表したのが下の式である。

$$\text{式} \quad 0.025 \leq (0.67)^{2n} \cdot \frac{v_y^2}{2g}$$

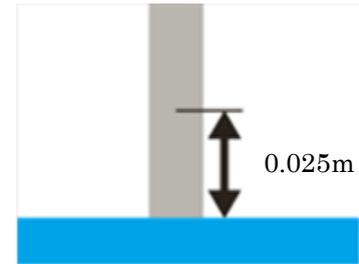


図 35 跳ねの最小の高さ

また、私たちの実験では鉛直方向の入水速度が $2.3 \leq v_y \leq 3.7$ であった。この数値を上記の式に入れてみると $n=3\sim 4$ となった。つまり、私たちの実験では石が $3\sim 4$ 回跳ねていると推測できる。

しかし、私たちは今回の実験を学校敷地内の池で行ったため、石が複数回跳ねるのに必要な距離がなかったため、自分たちの実験での実際の跳ねた回数は分かっていない。

また、*Coleman-McGhee* のギネス記録 38 回という数値を上記の式に入れてみたところ石の鉛直方向の速度が光速に近くなった。これは現実ではありえない。よって世界記録を樹立したときの水面の状況や石の形状などさまざまな要因が関わっていたと推測できる。また、水切りの最初の方で大きく跳ねると最後の方に小さく跳ねるのでは跳ねに関わる要因が異なるのではないかと思う。

VI 今後の課題

- ・モーター式マシンで実際に石を射出したとき実際に何回跳ねるのか調べる。
- ・入水速度、石の形状、水面の状態による跳ねの変化を調べる。

VII 参考文献

- ・日本物理学会誌 Vol.64 No.10 「石の水切り」の物理 (永弘進一郎)
- ・石の水切りの SPH シミュレーション
- ・<http://www2.odn.ne.jp/~cdu32250/2taitoru/mizukiri4.html> 「水きり遊びについて」

VIII 謝辞

今研究を行うにあたり、終始御指導いただいた佐藤哲也先生をはじめ、バッティングマシンを御提供していただいた野球部顧問の田中重行先生、多くの助言をしていただいた先生方、そして石柱を御提供していただいた有限会社ストーンプロの中谷和則氏には大変お世話になりました。厚く御礼申し上げます。